

단원 종합 평가

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

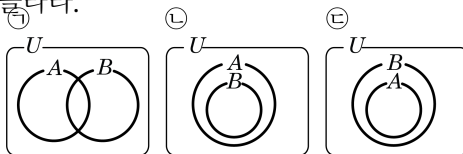
[배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

2. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



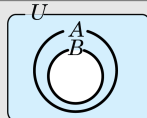
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : (C)

해설

B 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



3. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 19$, $n(B) = 27$ 이고 $n((A \cup B)^c) = 3$ 일 때, $n(A^c \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 40 - 3 \\ &= 37 \\ n(A \cap B) &= 19 + 27 - 37 = 9 \\ n(A^c \cup B) &= 40 - 10 = 30 \end{aligned}$$

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$, $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 3개)
[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
- ④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

6. $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B$ 은?
[배점 4, 중중]

- ① $\{4\}$
- ② $\{5\}$
- ③ $\{4, 5\}$
- ④ $\{4, 5, 7\}$
- ⑤ $\{4, 5, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$,
 $B^c = \{2, 4, 6\}$ 이므로
 $A^c - B = \{4, 5, 7\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{4\}$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = \{1, 2\}$
- ② $A - B = \{3, 6\}$
- ③ $A - B^c = \{3, 5\}$
- ④ $A^c - B^c = \{4\}$
- ⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
③ $A - B^c = \{1, 2\}$ 이다.

8. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임
- ② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임
- ③ 대한민국에서 가장 큰 사람의 모임
- ④ 100 이하의 수 중에서 50에 가까운 수의 모임
- ⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

9. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 5, 중상]

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$
 ② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\}$
 ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\}$
 ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$
 ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\}$

해설

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$ 이므로 유한 집합이다.
 ② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.
 ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\} = \{6, 12, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.
 ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

10. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A = B$ ㉡ $A = C$ ㉢ $B = C$
 ㉤ $B \subset A$ ㉥ $C \subset A$ ㉦ $C \subset B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉥
 ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉥, ㉦

해설

- ㉠ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
 ㉥ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

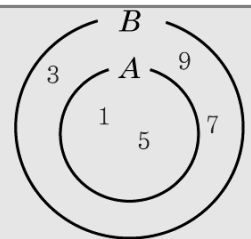
11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$, $B - A = \{3, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

$\{1, 5\}$, $n(A \cap B) = 2$ 이므로
 $A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$
 $\therefore B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$



12. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.
 $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$ 이고
 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$
 $\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$
 따라서 정답은 $56 + 2 \times 0 = 56$

13. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
 [배점 5, 상하]

① $2 \in A$

② $\{5\} \subset A$

③ $0 \in A$

④ $\{5, 8\} \subset A$

⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.

14. 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 약수}, n \text{은 자연수}\}$ 일 때,
 $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$
 위의 식을 보면,
 $A_n \subset A_6$ 이므로,
 6의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은
 1, 2, 3, 6

15. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2 \\ , \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1 \\ , \\ n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0 \\ , \\ n(C \cap A) &= 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0 , \\ \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13 \end{aligned}$$

16. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다.
4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 0, 4, 8 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.
 $\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$

17. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k, n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

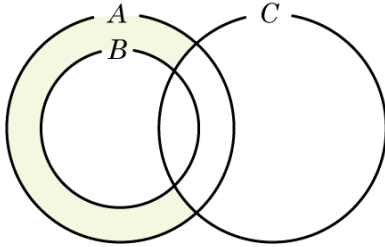
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} n(A) &= n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40 \text{ 이므로 } 10k = 40, k = 4 \text{ 이고,} \\ n(A) &= 20, n(B - A) = 12 \text{ 이므로 } n(A \cup B) = 32 \\ \therefore n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8 \end{aligned}$$

18. 집합 $A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\}$, $B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\}$, $C = \left\{x \mid \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\right\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 5개

해설

그림에 색칠된 부분은 $A - B - C$ 인 것을 알 수 있다.

$$A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\},$$

$$B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9\},$$

$$C = \left\{x \mid \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\right\} = \{7, 17, 27, 37, 47, \dots\},$$

따라서 $(A - B) - C = \{1, 11, 13, 15, 19\}$ 이고 원소의 개수는 5 개이다.

19. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x | x < 10\}$, $B = \{x | x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설

집합 A, B 는 자연수 전체 집합의 부분집합이므로 $A = \{x | x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$$B = \{x | x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\} = \{2, 4, 5, 7, 8\},$$

$$A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 6, 9\},$$

따라서, $n(A \cap B^c) = 4$

20. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 0

해설

$$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$$

$$(B^c \cup C)^c = \emptyset \rightarrow B - C = \emptyset \rightarrow B \subset C$$

$$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$$