

실력 확인 문제

1. 다음 전개식 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $1023 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10 + 3 \times 1$

② $3070 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2$

③ $40055 = 4 \times 10^4 + 5 \times 10 + 5 \times 1$

④ $10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

해설

① $1 \times 1000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1$
 $= 1 \times 10^3 + 2 \times 10 + 3 \times 1$

② $3 \times 1000 + 0 \times 100 + 7 \times 10 + 0 \times 1$
 $= 3 \times 10^3 + 7 \times 10$

③ $4 \times 10000 + 0 \times 1000 + 0$
 $\times 100 + 5 \times 10 + 5 \times 1$
 $= 4 \times 10^4 + 5 \times 10 + 5 \times 1$

④ $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
 $= 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

⑤ $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

2. 두 집합 $A = \{x | 1 \leq x \leq 20 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 약수의 개수가 2개인 자연수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 는 20 이하의 소수의 집합이므로
 $A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 8$

3. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개) 이다.

따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4 개이다.

4. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 27 km

해설

() 의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8} \\ \underline{3 \quad 4} \end{array}$$

 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

5. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다. 16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

6. 가로, 세로의 길이가 각각 48 m, 32 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?
[배점 3, 하상]

- ① 14 m ② 16 m ③ 18 m
④ 20 m ⑤ 22 m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

7. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낸다고 한다. 이때, $\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$ 를 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$225 = 3^2 \times 5^2$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 에서
 $A(225) = (2+1) \times (2+1) = 9$
 $A(360) = (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$
 $\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$
 $33 \times A(x) = 165$
 $\therefore A(x) = 5$
 $5 = 4 + 1$ 이므로
가장 작은 $x = 2^4 = 16$

8. $2^a = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $a = 8$, $b = 2$ ② $a = 8$, $b = 3$
③ $a = 16$, $b = 2$ ④ $a = 16$, $b = 3$
⑤ $a = 32$, $b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

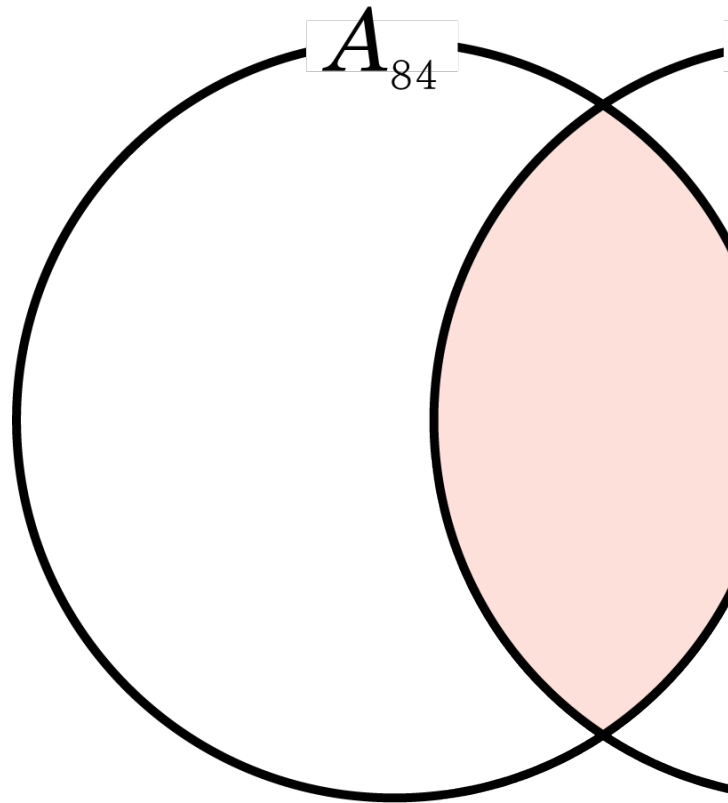
9. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 16 ② 32 ③ 48
④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48
의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.

10. 자연수 n 의 약수의 집합을 A_n 이라고 하자. 즉, 84 의 약수의 집합은 A_{84} , 120 의 약수의 집합은 A_{120} 이다. 이 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 집합이 $A_{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
84 와 120 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
 $\therefore \square = 12$

11. 다음과 같은 두 수 ㉠, ㉡이 있다.

$$\textcircled{1} 49 \quad \textcircled{2} 10101_{(2)}$$

㉠ - ㉡의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

- ① 10110₍₂₎ ② 10111₍₂₎ ③ 11001₍₂₎
④ 11100₍₂₎ ⑤ 11111₍₂₎

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{2} : 10101_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 = 16 + 4 + 1 = 21 \\ \therefore \textcircled{1} - \textcircled{2} &= 49 - 21 = 28 \\ 28 &= 16 + 8 + 4 = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 11100_{(2)} \end{aligned}$$

12. 1cm, 2cm, 4cm, 8cm, 16cm, 32cm 짜리 종이 테이프가 각각 1 개씩 있다. 이 종이 테이프들을 사용하여 29cm 의 길이를 측정하려고 할 때, 사용되지 않는 종이 테이프의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

$$\begin{aligned} 29 &= 16 + 8 + 4 + 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 \\ &= 11101_{(2)} \end{aligned}$$

따라서, 사용되지 않은 종이 테이프는 $2^5 = 32(\text{cm})$, 2cm 짜리 두 개이다.

13. 다음 2103 의 밑줄 친 숫자가 나타내는 수는 1011₍₂₎ 의 밑줄 친 숫자가 나타내는 수의 몇 배인지 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12.5 배

해설

$$\begin{aligned} 2103 \text{ 의 } 1 \text{ 이 나타내는 수는 } 100 \\ 1011_{(2)} \text{ 의 } 1 \text{ 이 나타내는 수는 } 2^3 = 8 \\ \therefore 100 \div 8 = 12.5 \end{aligned}$$

14. 200 의 소인수들의 합은? [배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 200 &= 2^3 \times 5^2 \text{ 이므로 소인수는 } 2, 5 \text{ 이다.} \\ \therefore 2 + 5 &= 7 \end{aligned}$$

15. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 90 개 ② 450 개 ③ 545 개
④ 675 개 ⑤ 735 개

해설

$$\begin{aligned} \text{정육면체의 한 모서리의 길이는 } 18, 10, 6 \text{ 의 최} \\ \text{소공배수이므로 } 90 \text{ 이다.} \\ \text{필요한 벽돌의 개수는} \\ (90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = \\ 675(\text{개}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$$

$$\begin{aligned} 120 \times a &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2^2 \times 3 \times 5)^2 \\ &= b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 60$$

17. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.

999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고, 99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다. 따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.