

약점 보강 1

1. 5 개의 변량 1, a , 6, b , 8 의 평균이 5 이고 분산이 5.2 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$\frac{1 + a + 6 + b + 8}{5} = 5$, $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(1-5)^2 + (a-5)^2 + (6-5)^2 + (b-5)^2 + (8-5)^2}{5} =$$

5.2, $(a-5)^2 + (b-5)^2 = 0$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a = 5$, $b = 5$ 이다.

2. 다음 표는 석진이의 국어, 수학, 영어, 과학 시험의 성적이다. 수학시험 성적을 구하고 분산을 구하여라.

과목명	국어	수학	영어	과학
점수(점)	87		88	80
편차	2		3	-5

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 수학점수 : 85 점

▷ 정답 : 분산 9.5

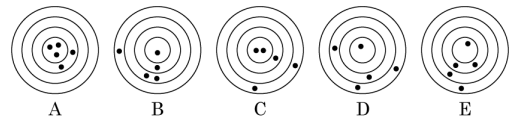
해설

편차의 합은 0 이다. 따라서 수학 점수의 편차는 0 이다.

평균이 85 점 이므로 수학점수도 85 점이다.

분산 = $\frac{(\text{편차}^2 \text{의 합})}{\text{도수}}$ 이므로 $\frac{4 + 0 + 9 + 25}{4} = 9.5$ 이다.

3. A, B, C, D, E 5 명의 선수가 5 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



[배점 2, 하중]

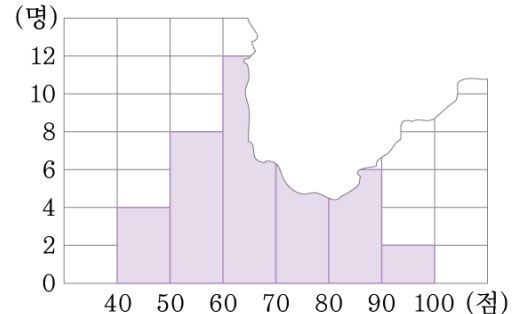
▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

가장 평균 근처에 많이 발사한 선수는 A 이다.

4. 다음 그림은 어느 학급 학생 40 명의 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이때, 수학 성적의 평균을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 67.5 점

해설

70 점 이상 80 점 미만인 계급의 도수는

$$40 - (4 + 8 + 12 + 6 + 2) = 8$$

∴ (평균)

$$= \frac{45 \times 4 + 55 \times 8 + 65 \times 12 + 75 \times 8 + 85 \times 6 + 95 \times 2}{40}$$

$$= 67.5(\text{점})$$

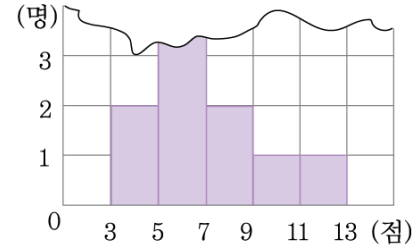
5. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 1, 3, 1, 3, 1, 1, 1, 1
② 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4
③ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 4, 4
④ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
⑤ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ④이다.

6. 다음 그림은 가람이네 반 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다)



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.8

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10명이므로

$$10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10}$$

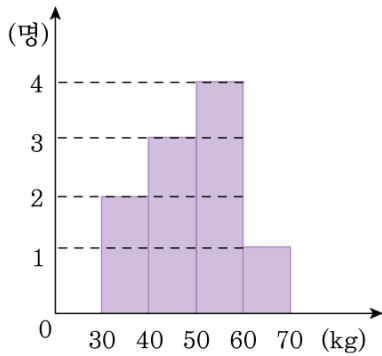
$$= \frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 2 + (6-7)^2 \times 4 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 1 + (12-7)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{10} (18 + 4 + 2 + 9 + 25) = 5.8 \end{aligned}$$

이다.

7. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은

(평균)

$\frac{\{(계급값) \times (도수)\}의 총합}{(도수)의 총합}$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \left\{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \right\}$$

$$= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

8. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -13

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, \quad a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -37 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 37 = 8 \times 3 - 37 = -13$$

9. 세 수 x , y , z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 x , y , z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한

편차는 $x-4$, $y-4$, $z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6 \text{ 이다.}$$

10. 다음 표는 20 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 도수분포표이다. 턱걸이 횟수의 평균이 8회 일 때, a , b 의 값은?

계급값(회)	6	7	8	9	10	합계
도수	2	a	8	4	b	20

[배점 3, 하상]

- ① $a = 1, b = 5$ ② $a = 2, b = 4$
 ③ $a = 3, b = 2$ ④ $a = 4, b = 2$
 ⑤ $a = 5, b = 1$

해설

전체 학생 수가 20 명이므로 $2 + a + 8 + 4 + b = 20$

$$\therefore a + b = 6 \cdots \text{㉠}$$

또한, 평균이 8 회 이므로

$$\frac{6 \times 2 + 7 \times a + 8 \times 8 + 9 \times 4 + 10 \times b}{20} = 8,$$

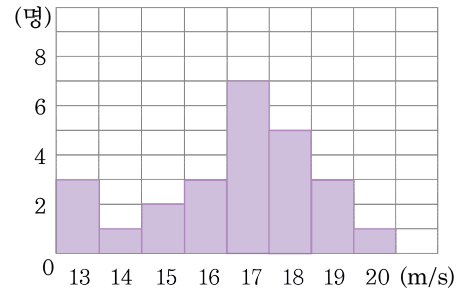
$$12 + 7a + 64 + 36 + 10b = 160$$

$$\therefore 7a + 10b = 48 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 4, b = 2$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

11. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



[배점 3, 하상]

- ① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
 ② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
 ③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
 ④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
 ⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20이므로 중앙값은 17이다.

12. 다음 표는 6 명의 학생의 수학 점수를 나타낸 것이다.
평균 점수가 87 점 일 때, 성규의 점수를 구하여라.

이름	재기	범진	성규	강현	재엽
점수(점)	84	90		86	80

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

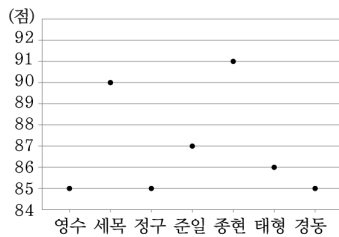
▶ 정답 : 95 점

해설

$$\frac{84 + 90 + x + 86 + 80}{5} = 87$$

$$x = 95$$

13. 다음 그래프는 영수네반 학생 7 명의 수학 점수를 조사하여 나타낸 그래프 이다. 중앙값, 최빈값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 중앙값 86 점

▶ 정답 : 최빈값 85 점

해설

중앙값 : 86 점

최빈값 : 85 점

14. 다음 보기 표준편차의 대소 관계를 나타내어라.

ㄱ. 1 부터 20 까지의 자연수

ㄴ. 1 부터 20 까지의 짝수

ㄷ. 1 부터 20 까지의 홀수

[배점 3, 중하]

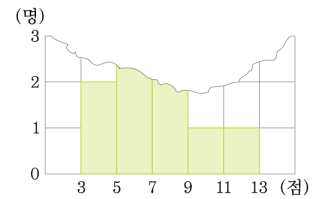
▶ 답 :

▶ 정답 : ㄱ < ㄴ = ㄷ

해설

ㄴ와 ㄷ의 표준편차는 같고, ㄱ의 표준편차는 이 둘보다 작다.

15. 다음 그림은 A 반 학급 1 분단 학생 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 학생이 전체의 20% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7 점

해설

계급값 8 에 대한 도수는 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)
한편, 계급값 6 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 이므로 $10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 \therefore x = 4$
따라서 구하는 평균은
$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10} = \frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7$$
 (점) 이다.

16. 네 개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 2 이고, 표준편차가 2 일 때, $2a-1, 2b-1, 2c-1, 2d-1$ 의 평균을 m , 분산을 s 라고 하자. 이때, 상수 m, s 의 합 $m+s$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

네 개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 2$$

$$\therefore a+b+c+d = 8 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c, d 의 표준편차가 2 이므로 분산은

$2^2 = 4$ 이다. 즉,

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 + (d-2)^2}{4} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 + (d-2)^2 = 16$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 + d^2 - 4d + 4 = 16$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 4(a+b+c+d) + 16 = 16$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 4 \times 8 + 16 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 32$$

한편, $2a-1, 2b-1, 2c-1, 2d-1$ 의 평균은

$$\frac{(2a-1) + (2b-1) + (2c-1) + (2d-1)}{4} =$$

$$\frac{2(a+b+c+d) - 4}{4} = \frac{2 \times 8 - 4}{4} = 3$$

이고, 분산은

$$\frac{(2a-1-3)^2 + (2b-1-3)^2 + (2c-1-3)^2 + (2d-1-3)^2}{4}$$

$$= \frac{(2a-4)^2 + (2b-4)^2 + (2c-4)^2 + (2d-4)^2}{4}$$

$$= \frac{4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - 16(a+b+c+d) + 4 \times 16}{4}$$

$$= \frac{4 \times 32 - 16 \times 8 + 64}{4} = 16$$

따라서 $m = 3, s = 16$ 이므로 $m+s = 3+16 = 19$ 이다.

17. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

[배점 4, 중중]

① $1, \frac{4}{5}$

② $1, \frac{4}{25}$

③ $2, \frac{1}{5}$

④ $3, 4$

⑤ $4, \frac{1}{5}$

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 12$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 87$$

따라서 $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균은 $\frac{1}{3} \left(\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{5} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} (x+y+z) = 1$ 이고, 분산은

$$\frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{5}x - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}y - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}z - 1 \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{1}{25}y^2 - \frac{2}{5}y + 1 \right) +$$

$$\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{25}z^2 - \frac{2}{5}z + 1 \right)$$

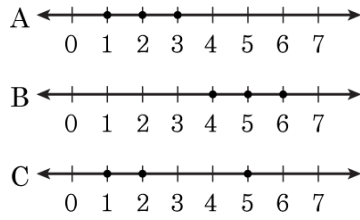
$$= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{25}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{2}{5}(x+y+z) + 3 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25} \times 87 - \frac{2}{5} \times 15 + 3 \right)$$

$$= \frac{4}{25}$$

이다.

18. 다음은 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

[배점 4, 중중]

- ① $a = b = c$ ② $a = b < c$ ③ $a < b = c$
 ④ $a = b > c$ ⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.