16. 네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이고, 표준편차가 2 일 때, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균을 m , 분산을 s 라고 하자. 이때, 상수 $m,\ s$ 의 합 $m+s$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=2$

$\therefore a+b+c+d=8 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차가 2 이므로 분산은 $2^2=4$ 이다. 즉,

$\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2}{4}=4$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2=16$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4+d^2-4d+4=16$

$a^2+b^2+c^2+d^2-4(a+b+c+d)+16=16$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2+d^2-4\times 8+16=16$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=32$

한편, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균은

$\dfrac{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)}{4}=$

$\dfrac{2(a+b+c+d)-4}{4}=\dfrac{2\times 8-4}{4}=3$

이고, 분산은

$\dfrac{(2a-1-3)^2+(2b-1-3)^2+(2c-1-3)^2+(2d-1}{4}$

$=\dfrac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2+(2d-4)^2}{4}$

$=\dfrac{4(a^2+b^2+c^2+d^2)-16(a+b+c+d)+4\times 16}{4}$

$=\dfrac{4\times 32-16\times 8+64}{4}=16$

따라서 $m=3,\ s=16$ 이므로 $m+s=3+16=19$ 이다.

17. 세 수 $x,\ y,\ z$ 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\dfrac{1}{5}x,\ \dfrac{1}{5}y,\ \dfrac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

① $1,\ \dfrac{4}{5}$ ② $1,\ \dfrac{4}{25}$ ③ $2,\ \dfrac{1}{5}$

④ $3,\ 4$ ⑤ $4,\ \dfrac{1}{5}$

해설

세 수 $x,\ y,\ z$ 의 평균이 5 이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=5$

$\therefore x+y+z=15 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, $x,\ y,\ z$ 의 분산이 4 이므로

$\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=4$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=12$

$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25=12$

$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=12$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10\times 15+75=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2=87$

따라서 $\dfrac{1}{5}x,\ \dfrac{1}{5}y,\ \dfrac{1}{5}z$ 의 평균은 $\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{5}\right)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{5}(x+y+z)=1$ 이고, 분산은

$\dfrac{1}{3}\left\{\left(\dfrac{1}{5}x-1\right)^2+\left(\dfrac{1}{5}y-1\right)^2+\left(\dfrac{1}{5}z-1\right)^2\right\}$

$=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{25}x^2-\dfrac{2}{5}x+1+\dfrac{1}{25}y^2-\dfrac{2}{5}y\right)+\dfrac{1}{3}\left(1+\dfrac{1}{25}z^2-\dfrac{2}{5}z+1\right)$

$=\dfrac{1}{3}\left\{\dfrac{1}{25}(x^2+y^2+z^2)-\dfrac{2}{5}(x+y+z)+3\right\}$

$=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{25}\times 87-\dfrac{2}{5}\times 15+3\right)$

$=\dfrac{4}{25}$

이다.