

단원테스트 1차

1. $2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} = 3 \times \sqrt{6}$ 를 만족하는 양의 유리수 a 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \text{좌변} &= \sqrt{4 \times 3 \times a}, \text{우변} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{54}, \\ 4 \times 3 \times a &= 54 \\ \therefore a &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

2. $x = \sqrt{5}$, $y = \sqrt{2}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{20} = xy^2$ ② $100 = x^2y^2$
③ $0.2 = \frac{y}{10}$ ④ $\sqrt{50} = x^2y$
⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{y}{x^2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{② } x^2y^2 &= (xy)^2 = (\sqrt{10})^2 = 10 \\ \therefore 100 &= 10^2 = (x^2y^2)^2 = x^4y^4 \\ \text{③ } \sqrt{0.2} &= \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{10} = \frac{2}{10}\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{x}{5} \end{aligned}$$

3. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

$$\begin{aligned} a < 2 \text{ 이므로 } \sqrt{(a-2)^2} &= -(a-2) = -a+2 \\ a < 2 \text{ 이므로 } \sqrt{(2-a)^2} &= 2-a \\ b < a \text{ 이므로 } \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} &= a-b - (b-a) = 2a-2b \\ b < 2 \text{ 이므로 } \sqrt{(b-2)^2} &= -(b-2) = -b+2 \end{aligned}$$

4. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} = a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

5. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6$$

6. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

7. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} = 8 = 4\sqrt{4}$$

8. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

9. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

[배점 5, 중상]

① 32

② 23

③ 11

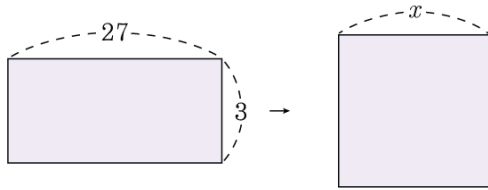
④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9가 된다.

11. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수)라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 8이고 $\sqrt{28}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 5이므로 $8 - 5 = 3$ 이다.

12. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수) [배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{3} - 1$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로 $\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 \dots}{2 \dots} = 0 \dots$ 이므로 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

13. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 은 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 나타낼 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(19)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 26

해설

$f(1), f(3) = 1$
 $f(5), f(7) = 2$
 $f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$
 $f(17), f(19) = 4$
 $1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 2 + 4 + 12 + 8 = 26$

14. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

[배점 5, 중상]

- ① $2xy$ ② xy ③ $-xy$
 ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
 $\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
 따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2} = -xy + yz - yz + xz - xy - xz = -2xy$$

15. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때,
 $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

- ① $a + b + c$ ② $a - b - c$ ③ $2b - 2c$
 ④ 0 ⑤ $2a - 2b$

해설

$a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ &= -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ &= -a + b + b - c - c + a \\ &= 2b - 2c \end{aligned}$$

16. $x^2 = 4, y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -10 ② -5 ③ 0
 ④ 5 ⑤ 10

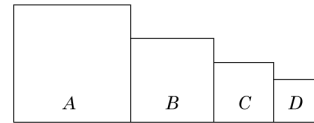
해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

17. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4cm^2 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } (D \text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$$

$$\text{이므로 } (\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

18. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} &= \sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = \\ \sqrt{18^2 \times x^2} &= 18x = 90 \text{ 이므로 } x = \frac{90}{18} = 5 \\ y = x + 2 \text{ 이므로 } y &= 7 \\ \text{따라서 } 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} = \\ 3 \times 2 &= 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

19. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} = \\ \sqrt{18 \times 18 \times x^2} &= 18x \\ 18x &= 126 \\ \therefore x &= 7 \\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \\ \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} = \\ 6\sqrt{14y} &= 84 \\ \sqrt{14y} &= 14, y = 14 \\ \therefore \frac{1}{x} \times y &= \frac{1}{7} \times 14 = 2 \end{aligned}$$

20. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 근삿값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

[배점 5, 중상]

① 5.93

② 7.56

③ 7.50

④ 7.40

⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} \approx 5 \times 1.48 = 7.40$$

21. 다음은 주어진 제곱근표를 보고 무리수의 근삿값을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

수	0	1	2	3	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940

[배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{0.2} \approx 0.4472$
 ② $\sqrt{210} \approx 14.49$
 ③ $\sqrt{220} \approx 14.83$
 ④ $\sqrt{0.23} \approx 47.96$
 ⑤ $\sqrt{0.0024} \approx 0.04899$

해설

$$\sqrt{0.23} = \frac{\sqrt{23}}{10} \approx 0.4796$$

22. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2} + \sqrt{0.002}$ 의 근삿값을 구하면?

수	0	1	2
2	1.414	1.418	1.421
⋮	⋮	⋮	⋮
19	4.359	4.370	4.382
20	4.472	4.483	4.494
21	4.583	4.593	4.604

[배점 5, 중상]

- ① 1.8612 ② 5.897 ③ 1.4281
 ④ 1.3612 ⑤ 1.459

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{2} + \sqrt{\frac{20}{100^2}} &= \sqrt{2} + \frac{\sqrt{20}}{100} \\ &\approx 1.414 + \frac{1}{100} \times 4.472 \approx 1.414 + 0.04472 \approx 1.45872 \end{aligned}$$

23. 다음의 두 식 A, B에 대하여 A + B를 계산하여라.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} \\ B &= \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2} \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} 3 &< \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3 \\ A &= -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0 \\ B &= (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1 \\ \therefore A + B &= 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

24. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } 13 &< \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14 \therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13 \\ \text{ii) } 5 &< \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6 \therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5 \\ f(175) - 2f(28) &= 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 = \sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b \\ a &= 1, b = -3 \\ \therefore ab &= 1 \times (-3) = -3 \end{aligned}$$

25. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $x + y$ ② $x^2 + y^2$ ③ $\sqrt{x + y}$
④ $\sqrt{x^2 + y^2}$ ⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

26. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면? [배점 5, 중상]

① $x = 100a$, $y = 10b$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{300} &= \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a \\ \sqrt{0.3} &= \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10} \end{aligned}$$

27. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

[배점 5, 중상]

- ① a ② a^3 ③ $\sqrt{a}$
④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$