

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a+b = 17+31 = 48$

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 ㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
 ㉤ $\therefore A < B$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$
 $\therefore A > B$

4. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $0.\dot{9} \in Q$ ② $-5\sqrt{2} \in I$
 ③ $0 \in R \cap I$ ④ $-5 \in N \cup Z$
 ⑤ $\frac{10}{99} \in Q - Z$

해설

③ $0 \notin R \cap I = I$
 0 은 정수이므로 유리수이다.

5. $-\sqrt{10}$ 와 $\sqrt{17}$ 사이의 정수의 개수는 몇 개인가?
[배점 3, 하상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$-4 < -\sqrt{10} < -3$, $4 < \sqrt{17} < 5$ 이므로
 $-3, -2, \dots, 4$ 로 총 8 개이다.

6. 서로 다른 두 실수 $-\sqrt{3}$ 과 2 사이에 들어 있지 않은 정수를 모두 찾으려면? (단, $\sqrt{3} \approx 1.732$)
[배점 3, 하상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$-\sqrt{3} < x < 2$
 $-1.732 < x < 2$

7. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① 0 ② $6-2\sqrt{7}$ ③ 6
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $3+\sqrt{7}$

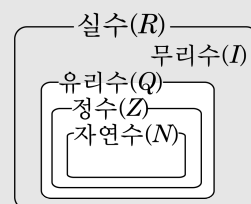
해설

$\sqrt{7} < 3 = \sqrt{9}$ 이므로
 $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$
 $= |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}|$
 $= -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7})$
 $= -\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7} = 0$

8. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N , Z , Q , I , R 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $Q \cup I = R$ ② $Q \subset I \subset R$
③ $R - Q = I$ ④ $I^C = Q$
⑤ $Q \cap I = \emptyset$

해설



벤다이어그램에서 ①, ③, ④, ⑤ 가 옳다는 것을 확인할 수 있다.

②에서 $Q \subset R, I \subset R$ 이지만 $Q \not\subset I$ 이므로 옳지 않다.

9. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1), N(2), N(3) = 1$

$N(4), N(5), \dots, N(8) = 2$

$N(9), N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

10. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면? [배점 3, 중하]

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

② $\sqrt{2x} = 4$

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

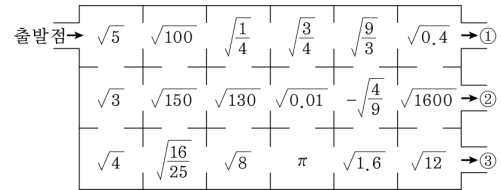
④ $2x + 1 = 1$

⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



[배점 3, 중하]

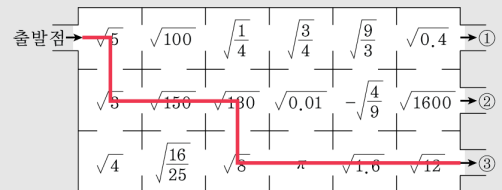
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{150}, \sqrt{8}, \sqrt{130}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \pi, \sqrt{\frac{9}{3}}, \sqrt{1.6}, \sqrt{0.4}, \sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



12. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{(\text{정수})}{(\text{0이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

- ㉠ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉡ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6은 소수가 아니다.

13. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, \sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.
 $-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, \sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.
 따라서 유리수는 3개이다.

14. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ㉠ $\sqrt{2} < 2$
- ㉡ $-\sqrt{3} > -\sqrt{5}$
- ㉢ $\sqrt{8} < 3$
- ㉣ $\sqrt{0.1} < 0.1$
- ㉤ $3 < \sqrt{10}$

해설

- ㉠ $\sqrt{2} < \sqrt{4}$
- ㉡ $\sqrt{3} < \sqrt{5}$
- ㉢ $\sqrt{8} < \sqrt{9}$
- ㉣ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$
- ㉤ $\sqrt{9} < \sqrt{10}$

15. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3a$

해설

$$-\sqrt{9a^2} = -\sqrt{(3a)^2} = -3a$$

16. $\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2} + \sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면 $a\sqrt{7} + b\sqrt{13}$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{13} > \sqrt{7} \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2} + \sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} \\ &= -(\sqrt{7}-\sqrt{13}) + (\sqrt{13}-\sqrt{7}) \\ &= -\sqrt{7} + \sqrt{13} + \sqrt{13} - \sqrt{7} \\ &= -2\sqrt{7} + 2\sqrt{13} \\ &\therefore a = -2, b = 2 \\ &\therefore a + b = -2 + 2 = 0 \end{aligned}$$

17. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -60 ② -48 ③ 10
④ 48 ⑤ 60

해설

$$\begin{aligned} A &= 9 - 5 - 2 = 2 \\ B &= (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5 \\ AB &= 2 \times 5 = 10 \end{aligned}$$