

실력 확인 문제

1. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\} \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

▶ 답:

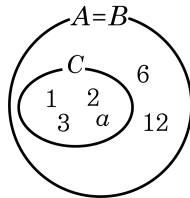
▷ 정답: 8개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는 $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면

$\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$ 이므로 개수는 8개 이다.

2. 다음 벤 다이어그램을 보고, a, b 의 값을 구하여라.



$$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = 6$

해설

집합 A, C 를 원소나열법으로 각각 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서 $C \subset A$ 이므로 $a = 4$ 이다. 또, $A = B$ 이므로 $b = 6$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 17 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{1, 17\}$ 이므로 A 의 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

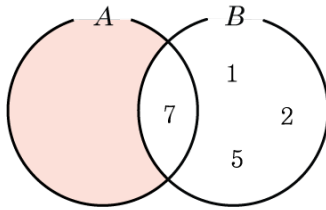
4. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

5. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 2, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 일 때
 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.

원소의 합은 $3 + 8 + 9 = 20$ 이다.

6. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 132 일때, $A - B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 126

▷ 정답 : 54

해설

두 자연수를 $6a, 6b$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$)라고 하면,

최소공배수 $132 = 6 \times 22 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 22$ 이므로

$a = 22, b = 1$ 일 때 $A = 132, B = 6$,

$a = 11, b = 2$ 이면 $A = 66, B = 12$ 이다.

따라서 $A - B = 132 - 6 = 126$

또는 $A - B = 66 - 12 = 54$

7. 다음 중 자연수 180를 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 3, 하상]

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

2) 180

2) 90

3) 45

3) 15

5

$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

8. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

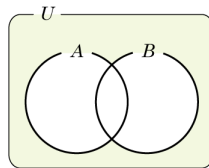
[배점 3, 하상]

- ① 27 ② 44
 ③ 2×3^2 ④ $2^2 \times 3 \times 5^2$
 ⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

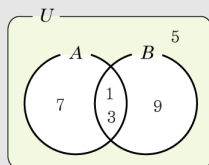
9. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 7\}, B = \{1, 3, 9\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① {1} ② {3} ③ {5}
 ④ {1, 3} ⑤ {5, 6}

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 {5} 이다.

10. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

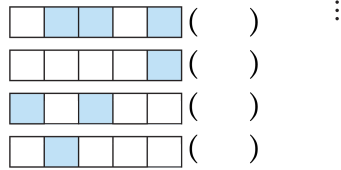
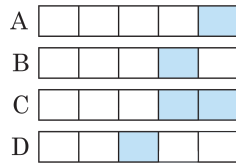
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1 인 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
 ② $\{1, 3, 5, \dots\}$
 ③ $\emptyset$
 ④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
 ⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

11. 첫 번째 표는 알파벳을 어떤 규칙에 따라 암호화하는 것이다. 그 규칙을 찾아 두 번째 그림의 암호를 해독하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답 : MATH

해설

$$A = 1 = 1_{(2)}, B = 2 = 10_{(2)},$$

$$C = 3 = 11_{(2)}, D = 4 = 100_{(2)}, \dots \text{ 이다.}$$

$$\boxed{}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1} = 1101_{(2)} = 13$$

13 번째 알파벳은 M

A diagram showing a 5x1 grid of boxes. The first four boxes are white, and the fifth box is blue. To the right of the grid is the equation $= 1_{(2)} = 1$.

1 번째 알파벳은 A

 = $10100_{(2)} = 20$

20 번째 알파벳은 T

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} = 1000_{(2)} = 8$$

8번 째 알파벳은 H

∴ MATH

12. 다음과 같은 두 수 ㉠, ㉡이 있다.

$$\textcircled{7}49 \quad \textcircled{L}10101_{(2)}$$

㉠ - ㉤의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

① $10110_{(2)}$

② $10111_{(2)}$

③ $11001_{(2)}$

④ $11100_{(2)}$

⑤ $11111_{(2)}$

해설

$$\textcircled{L} : 10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 = 16 + 4 + 1 \quad 21$$

$$\therefore \textcircled{7} - \textcircled{L} = 49 - 21 = 28$$

$$28 = 16 + 8 + 4 = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 11100_{(2)}$$

13. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답 : 4

해설

최대공약수에서 2의 지수가 1이므로 $b = 1$ 이다.
한편, 최소공배수에서 3의 지수가 3이므로 $a = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

15. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 4, 중중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉢ ‘가까운’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘유명한’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

16. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

17. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3의 지수가 3이므로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3의 지수가 2이어야 한다.

같은 방식으로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7의 지수가 5이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7의 지수가 3이어야 한다.

또한,

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11의 지수가 7이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11의 지수가 5이어야 한다.

따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.