

단원테스트 1차

1. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

수학 성적의 평균을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 67.5 점

해설

$$(50 \times 4 + 60 \times 5 + 70 \times 6 + 80 \times 3 + 90 + 100) \div 20 =$$

$$(200 + 300 + 420 + 240 + 90 + 100) \div 20 = 67.5$$

(점)

2. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.

1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
4 5 6	4 5 6	4 5 6	4 5 6
7 8 9	7 8 9	7 8 9	7 8 9
<정호>	<제기>	<범진>	<성규>

[배점 4, 중중]

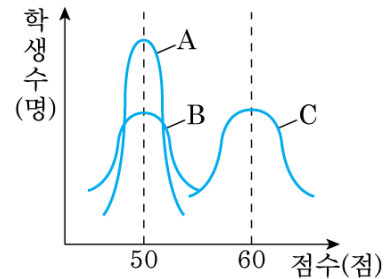
▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

가장 평균 근처에 많이 발사한 선수는 정호이다.

3. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
- ㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
- ㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
- ㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
- ㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

[배점 4, 중중]

해설

㉢ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다. ⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

4. 다음 표는 중학교 6 명의 학생들의 국어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

이름	성진	수민	영숙	희숙	경수	유민
편차(점)	-4	-3	a	2	3	b

[배점 4, 중중]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-4 - 3 + a + 2 + 3 + b = 0$$

$$\therefore a + b = 2 \quad \text{..... ㉠}$$

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-4)^2 + (-3)^2 + a^2 + 2^2 + 3^2 + b^2}{6} = 8$$

$$a^2 + b^2 + 38 = 48$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \text{..... ㉡}$$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$$

5. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 사람의 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 사람의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, B 의 몸무게와 다섯 사람의 전체의 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

학생	A	B	C	D	E
편차(kg)	-2	3	1	x	0

[배점 4, 중중]

- ① 60kg, $\sqrt{2}$ kg ② 64kg, $\sqrt{3}$ kg
 ③ 64kg, 2kg ④ 68kg, $\sqrt{6}$ kg
 ⑤ 68kg, $\sqrt{7}$ kg

해설

B 의 몸무게는 $65 + 3 = 68(\text{kg})$

또한, 편차의 합은 0 이므로

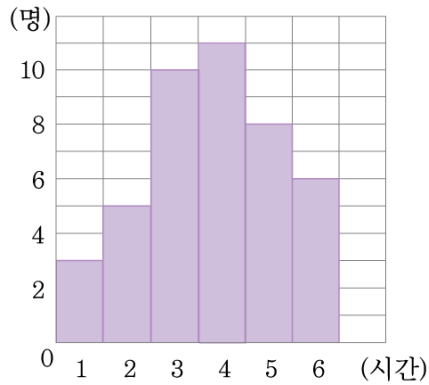
$$-2 + 3 + 1 + x + 0 = 0, \quad x + 4 = 0 \quad \therefore x = -4$$

따라서 분산이

$$\frac{(-2)^2 + 3^2 + 1^2 + (-4)^2 + 0^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{6}$ kg 이다.

6. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



[배점 4, 중중]

- ① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3
 ② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4
 ③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3
 ④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4
 ⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

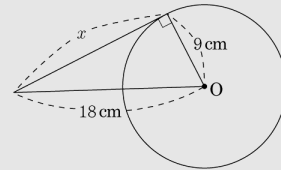
최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면
 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4,
 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6,
 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

7. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

[배점 5, 중상]

- ① $9\sqrt{3}$ cm ② $10\sqrt{3}$ cm ③ $11\sqrt{3}$ cm
 ④ $12\sqrt{3}$ cm ⑤ $13\sqrt{3}$ cm

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

8. 다음 표는 어느 반 학생 20 명의 영어와 수학 성적을 조사하여 만든 상관표이다. 다음 물음에 답하여라.

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

상호의 영어 성적은 70 점이고 수학 성적은 60 점이다.
상호보다 영어 성적이 높고 수학 성적도 높은 학생은 전체의 몇 %인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 %

해설

(단위:점)

영어 \ 수학	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90			2	2			4
80	1	1	3	1			6
70	1	3	1				5
60	1	1					2
50	1						1
합계	4	5	6	3	1	1	20

$$\frac{10}{20} \times 100 = 50 (\%)$$

9. n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ 의 평균이 4 이고 분산이 9 일 때, 변량 $3x_1^2, 3x_2^2, 3x_3^2, \dots, 3x_n^2$ 의 평균을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ 9 &= E(X^2) - 16 \\ \therefore 3E(X^2) &= 3 \times 25 = 75 \end{aligned}$$

10. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이고, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2 = 1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이므로
평균은 $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}}{50} = \frac{200}{50} = 4$
이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1 - 4, a_2 - 4, a_3 - 4, \dots, a_{48} - 4, a_{49} - 4, a_{50} - 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{50} \{ (a_1 - 4)^2 + (a_2 - 4)^2 + (a_3 - 4)^2 + \dots + (a_{48} - 4)^2 + (a_{49} - 4)^2 + (a_{50} - 4)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2) - 8(a_1 + a_2 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}) + 16 \times 50 \} \\ &= \frac{1400 - 8 \times 200 + 16 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{48}, x_{49}, x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$$

$$\textcircled{㉡} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로
평균은

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2, x_2 - 2, x_3 - 2, \dots, x_{48} - 2, x_{49} - 2, x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{50} \{ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \dots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50 \} \\ &= \frac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12 \end{aligned}$$

다.

12. 다음은 민영이의 10 회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면

54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64 + 78}{2} = 71$, 최빈값은 78 이다.

13. 다음은 주영이가 10 회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	62	77	60	71	74	78	62	54	65	80

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 68

▷ 정답 : 최빈값 : 62

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면

54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80 이므로

중앙값은 $\frac{65 + 71}{2} = 68$, 최빈값은 62 이다.

14. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차(점)	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

[배점 5, 중상]

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② 고득점자는 B 학급보다 A 학급이 더 많다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차(점)	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{9} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

15. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

[배점 5, 중상]

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 중위권 성적의 학생은 B 학급보다 A 학급이 더 많다.