

단원테스트 클리닉

1. $\frac{a-3b}{3} - \frac{3a-5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?
[배점 4, 중중]

- ① $a = 3b$ ② $a = -3b$ ③ $a = \frac{1}{3}b$
④ $a = \frac{3}{b}$ ⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} &= 2a-b \\ 4(5a-3b) + 3(3a+5b) &= 24a-12b \\ 5a &= -15b \\ \therefore a &= -3b\end{aligned}$$

2. 어떤 다항식 A 에서 $-x^2 - 2x + 4$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $4x^2 + x - 3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?
[배점 4, 중중]

- ① $2x^2 + x - 1$ ② $3x^2 - x + 1$
③ $4x^2 + x - 3$ ④ $5x^2 + 3x - 7$
⑤ $6x^2 + 5x - 11$

해설

$$\begin{aligned}A &= (4x^2 + x - 3) - (-x^2 - 2x + 4) \\ &= 4x^2 + x - 3 + x^2 + 2x - 4 \\ &= 5x^2 + 3x - 7\end{aligned}$$

3. $p = a(l + nr)$ 을 l 에 관한 식으로 나타내어라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $l = \frac{p}{a} - nr$

해설

$$\begin{aligned}p &= a(l + nr) \\ \frac{p}{a} &= l + nr \\ \frac{p}{a} - nr &= l\end{aligned}$$

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ 9 - 2ab &= 7 \\ ab &= 1 \\ \therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} &= \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7\end{aligned}$$

5. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 72 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 9^2 - 3 \times 3 \\ &= 72\end{aligned}$$

6. 다음 중 식을 바르게 전개한 것은? [배점 4, 중중]

① $(x+7)(x-5) = x^2 - 2x - 35$

② $(x-2)(x-3) = x^2 + 6$

③ $(x+3)(x+4) = x^2 + x + 12$

④ $\left(x - \frac{2}{7}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right) = x^2 - \frac{31}{35}x + \frac{6}{35}$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$

해설

① $(x+7)(x-5) = x^2 + 2x - 35$

② $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$

③ $(x+3)(x+4) = x^2 + 7x + 12$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

7. 부피가 $12a^4b^2$ 인 직육면체가 있다. 밑면의 가로와 세로가 각각 a^3 , $(2b)^2$ 일 때, 높이를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $3a$

해설

$12a^4b^2 = a^3 \times (2b)^2 \times (\text{높이})$

$(\text{높이}) = 12a^4b^2 \div a^3 \div (2b)^2 = 12a^4b^2 \div a^3 \div 4b^2 = 3a$

8. $x = 2$, $y = \frac{1}{3}$, $z = -4$ 일 때, $\frac{xy^2z - 2x^2y + 5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{y}{3x} - \frac{2}{3z} + \frac{5z}{3x^2} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{6} - \left(\frac{2}{-12}\right) + \left(-\frac{20}{12}\right) \\ &= \frac{1}{18} + \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \\ &= -\frac{13}{9} \end{aligned}$$

9. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{3}{4} \\ \frac{a+b}{ab} &= \frac{3}{4} \\ \therefore 3ab &= 4(a+b) \\ (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

10. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

11. $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) = 2^a + b$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2 - 1)$ 을 곱한다.

$2 - 1 = 1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$\begin{aligned} & (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^8 - 1)(2^8 + 1) = 2^{16} - 1 \\ \therefore a &= 16, b = -1 \\ \therefore a - b &= 16 - (-1) = 17 \end{aligned}$$

12. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x \star y = x^2 y$, $x \blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.
 $3a \star X = 12a^2 b$, $Y \blacktriangle 5b = 100ab^2$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$3a \star X = 12a^2 b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2 X = 12a^2 b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2 b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y \blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a \left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a} \right) = 3a \left(\frac{b}{3a} \right) = b$$

13. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x+a)(bx+6) = 10x^2 + cx - 54$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(5x + a)(bx + 6) = 5bx^2 + (30 + ab)x + 6a$$

$$5bx^2 + (30 + ab)x + 6a = 10x^2 + cx - 54$$

$$5b = 10 \quad \therefore b = 2$$

$$6a = -54 \quad \therefore a = -9$$

$$30 + ab = c, (30 - 18) = 12 \quad \therefore c = 12$$

$$\therefore a + b + c = -9 + 2 + 12 = 5$$

14. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5 \\ &= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \\ &= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7 \\ a &= 11, b = 3, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 11 + 3 + 2 = 16 \end{aligned}$$

15. 다음 식을 간단히 하였을 때, A, B 의 값을 구하여라.

$$(xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 = x^A y^B$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $A = 6$

▶ 정답 : $B = 4$

해설

$$\begin{aligned} (xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 \\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{x^4y^6} \times x^8y^6 = x^6y^4 \\ \therefore A &= 6, B = 4 \end{aligned}$$

16. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$
④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

17. $a + b + c = 1, a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, abc 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \text{ 의 양변에 } abc \text{ 를 곱하면} \\ ab + bc + ca = abc \\ (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \text{ 이므로} \\ 1 = \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca) \\ \therefore ab + bc + ca = abc = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

18. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= abc \text{ 이고} \\ x^2 &= \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b} \\ y^2 &= \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c} \\ z^2 &= \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a} \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \end{aligned}$$

19. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + y_1 x_2 + x_2 y_2$ 로 정의 한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?
[배점 5, 중상]

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$
④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ = -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ = 9xy \end{aligned}$$

20. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)
 $P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$
[배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

21. $a \neq 0$, $b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)} b^{(y-x)} \div b^{(x-y)} a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② $\frac{a}{b}$
③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$
⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)} b^{(y-x)} \div b^{(x-y)} a^{(y-x)} &= a^{2x-2y} b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

22. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

23. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

24. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 **자리**의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 **자리**

② 12 **자리**

③ 17 **자리**

④ 20 **자리**

⑤ **26 자리**

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 **자리**의 수이다.

25. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1로 반복되고

$2008 = 4 \times 502$ 이므로 $m = 1$

$$\therefore n + m = 21$$

26. $\frac{3x+4y}{2x-3y} = \frac{1}{3}$ 일 때, $(x-1) - y + 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $5x$ ② $7x$ ③ $9x$
 ④ $\frac{21}{5}x$ ⑤ $\frac{22}{15}x$

해설

$$\begin{aligned} 9x + 12y &= 2x - 3y \\ 7x &= -15y \quad \therefore y = -\frac{7}{15}x \\ \therefore (x-1) - y + 1 &= x - y = x - \left(-\frac{7}{15}x\right) = \frac{22}{15}x \end{aligned}$$

27. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$
 ② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
 ③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$
 ④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
 ⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

$$\begin{aligned} &\text{주어진 식 } A, B \text{ 를 정리하면} \\ A &= 6b^3 - 3ab^2, \quad B = 8ab^2 - 4 \\ A - (B + 3C) &= ab^2 + 1 \text{ 에서} \\ A - B - 3C &= ab^2 + 1 \text{ 이고,} \\ 3C &= A - B - ab^2 - 1 \\ 3C &= 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1 \\ &= 6b^3 - 12ab^2 + 3 \\ \text{양변을 3으로 나누면} \\ C &= 2b^3 - 4ab^2 + 1 \end{aligned}$$

28. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$
 ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} : \frac{1}{y} &= 1 : 3, \quad \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \text{ 이므로 } x = 3y \text{ 이다.} \\ \frac{x^2 - 2y^2}{xy} &= \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

29. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \end{aligned}$$

30. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5
 ④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

31. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$
 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3840

해설

$$x_1 = 97 \text{ 이고, } x_1 \times x_2 = 2 \text{ 이고, } x_3 \times x_4 = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } x_9 \times x_{10} = 10 \text{ 이 된다.}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10}$$

$$= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \dots \times (x_9 \cdot x_{10})$$

$$= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840$$

32. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배

해설

$$(\text{원기둥 부피}) : a^2 \pi \times b = a^2 b \pi$$

$$(\text{원뿔의 부피}) : \frac{1}{3} b^2 \pi \times a = \frac{1}{3} a b^2 \pi$$

$$\frac{(\text{원기둥의 부피})}{(\text{원뿔의 부피})} = \frac{a^2 b \pi}{\frac{1}{3} a b^2 \pi} = \frac{3a}{b}$$

33. 상수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기에서 $a+b-3c+3d$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] = \\ & ax + by \\ \textcircled{B} \quad & 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] \\ & = cx + dy \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] \\ & = x - \{2x - y + 3x - (x - 3x + y)\} \\ & = x - \{2x + 3x - y - (-2x + y)\} \\ & = x - (5x - y + 2x - y) \\ & = x - (5x + 2x - y - y) \\ & = x - (7x - 2y) \\ & = x - 7x + 2y \\ & = -6x + 2y \end{aligned}$$

이므로 $a = -6, b = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{B} \quad & 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] \\ & = 5y - \left\{ 2y - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \left(\frac{5}{3}x - x + 4y \right) \right\} \\ & = 5y - \left\{ -\frac{2}{3}x + 2y + \frac{2}{3}y - \left(\frac{2}{3}x + 4y \right) \right\} \\ & = 5y - \left(-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}y - \frac{2}{3}x - 4y \right) \\ & = 5y - \left(-\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}y \right) \\ & = 5y + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \\ & = \frac{4}{3}x + \frac{19}{3}y \end{aligned}$$

이므로 $c = \frac{4}{3}, d = \frac{19}{3}$ 이다.

$$\therefore a + b - 3c + 3d = -6 + 2 - 3 \times \frac{4}{3} + 3 \times \frac{19}{3} = 11$$

34. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, bm = 12, cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4 이다.

35. $(x - 2y - 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$(x - 2y - 1)(x - 2y - 1)$$

$$= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1$$

x^2 의 계수는 1, x 의 계수는 -2, 상수항은 1 이다.

따라서 $A = 1, B = -2, C = 1$ 이다.

$$\therefore A + B + C = 1 - 2 + 1 = 0$$

36. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

$(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ 라 하면

항등식이므로 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$(4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) = a + b + c + d + e + f$

$\therefore a + b + c + d + e + f = 45$

37. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$

② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$

③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$

④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$

⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{4} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3 - 3x^2 + 4x - 1}{4} \\ &= \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2 + x^2 + 3x - 2}{4} \\ &= \frac{7x^2 - 5x}{4} \end{aligned}$$

38. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

39. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

40. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

41. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

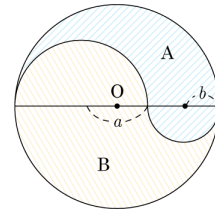
42. $\left(\frac{3}{4}x + 2\right)^2 + 3a = bx^2 + cx + 8$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 abc 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4}x + 2\right)^2 + 2 \times \frac{3}{4}x \times 2 + 2^2 + 3a \\ &= \frac{9}{16}x^2 + 3x + 4 + 3a \\ & 4 + 3a = 8 \\ & a = \frac{4}{3}, b = \frac{9}{16}, c = 3 \\ & \therefore abc = \frac{4}{3} \times \frac{9}{16} \times 3 = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

43. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



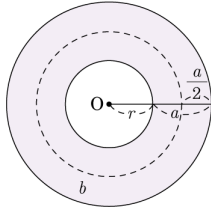
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(A 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 - a^2 + b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\ &= \pi(ab + b^2) \\ & \text{(B 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 + a^2 - b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\ &= \pi(ab + a^2) \\ & \therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\ &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b) \end{aligned}$$

44. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab \end{aligned}$$

45. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + 6$ ④ $x^2 + 36$
 ⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

46. $7(x + a)^2 + (4x + b)(x - 5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} &7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ x \text{ 의 계수는 } 14a - 20 + b &= 1 \\ 14a + b &= 21 \\ a = 1, b = 7 (\because a, b \text{ 는 자연수}) \\ \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b &= 7 - 35 = -28 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

47. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} (x^a y^b z^c)^d &= x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18} \\ ad &= 6, bd = 12, cd = 18 \\ d \text{ 는 } 6, 12, 18 \text{ 의 최대공약수} \\ \therefore d &= 6 \end{aligned}$$

48. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① $(3x - \frac{5}{2}y)^2$ ② $(\frac{5}{2}y - 3x)^2$
 ③ $-(-\frac{5}{2}y + 3x)^2$ ④ $\left\{-(3x - \frac{5}{2}y)\right\}^2$
 ⑤ $(3x + \frac{5}{2}y)^2 - 30xy$

해설

①, ②, ④, ⑤ : $9x^2 - 15x + \frac{25}{4}y^2$
 ③ : $-9x^2 + 15x - \frac{25}{4}y^2$

49. $(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$ 일 때, $A - B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$
 $4x^2 - 2x + 2Ax - A = 4x^2 - 8x + 4 + Bx$
 x 의 계수가 서로 같으므로 $-2 + 2A = -8 + B$,
 상수항이 서로 같으므로 $-A = 4$ 이다.
 따라서 $A = -4$, $B = -2$ 이므로 $A - B = -2$ 이다.

50. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

[배점 5, 중상]

- ① $4x^2 - 3y^2 - 1$
 ② $4x^2 - 9y^2 - 1$
 ③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$
 ④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$
 ⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$
 $= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\}$
 $= (2x)^2 - (3y - 1)^2$
 $= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1)$
 $= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

51. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$
 $= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2$
 $= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2$
 $= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18$
 $= 3 - 8 = -5$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다.
다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는
정수이다.) [배점 5, 중상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$
이므로 $A+B = C$, $AB = -3$ 이다. 따라서 $C =$
 $(1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.