단원테스트 클리닉

1. $\frac{z}{3}=\frac{(w+x)\,y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $w=\frac{2z}{3y}-x$

해설

$\frac{2z}{3y}=(w+x)$

$\frac{2z}{3y}-x=w$

$w=\frac{2z}{3y}-x$

2. $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}=\frac{3x+y}{5}$ 를 y 에 관하여 풀어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $y=\frac{4}{3}x$

해설

$\frac{2x}{10}+\frac{5y}{10}=\frac{2(3x+y)}{10}$

$2x+5y=6x+2y,\ 3y=4x \qquad \therefore\ y=\frac{4}{3}x$

3. 어떤 다항식에서 $3x-2y+1$을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $5x-7y+2$가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

[배점 4, 중중]

① $-x-3y$ ② $-x-3y+1$

③ $-2x+3y-2$ ④ $-2x-y$

⑤ $3x-7y$

해설

어떤 식을 A라 하면

$A+(3x-2y+1)=5x-7y+2$

$A=(5x-7y+2)-(3x-2y+1)=2x-5y+1$

$\therefore\ (2x-5y+1)-(3x-2y+1)=-x-3y$

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$9-2ab=7$

$ab=1$

$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$

5. $a+b=6$, $ab=8$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 이므로, $6^2-2\times 8=36-16=20$

6. $-3(x+3)(x-2)+\frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

[배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$

④ 5 ⑤ 15

해설

$-3(x+3)(x-2)+\frac{1}{2}(x-3)(x+5)$

$=-3(x^2+x-6)+\frac{1}{2}(x^2+2x-15)$

$=-3x^2-3x+18+\frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2}$

$=-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{21}{2}$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

7. 부피가 $12a^4b^2$ 인 직육면체가 있다. 밑면의 가로와 세로가 각각 a^3 , $(2b)^2$ 일 때, 높이를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $3a$

해설

$12a^4b^2=a^3\times(2b)^2\times(\text{높이})$

$(\text{높이})=12a^4b^2\div a^3\div(2b)^2=12a^4b^2\div a^3\div 4b^2$

$=3a$

8. $x:y=2:3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{4}$

해설

$x:y=2:3$

$3x=2y$

$\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}=\frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9}=-\frac{3x}{8y}$

$=-\frac{2y}{8y}=-\frac{1}{4}$

9. $x=2$, $y=\frac{1}{3}$, $z=-4$ 일 때, $\frac{xy^2z-2x^2y+5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{y}{3x}-\frac{2}{3z}+\frac{5z}{3x^2}\\ &= \frac{1}{\frac{3}{6}}-\left(\frac{2}{-12}\right)+\left(-\frac{20}{12}\right)\\ &= \frac{1}{18}+\frac{1}{6}-\frac{5}{3}\\ &= -\frac{13}{9}\end{aligned}$$

10. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003\times 1005+1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\begin{aligned}\frac{(1004-1)(1004+1)+1}{1004} &= \frac{1004^2-1+1}{1004}\\ &= 1004\end{aligned}$$

11. $\frac{1234}{4321^2-4320\times 4322}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned}&\frac{1234}{4321^2-(4321-1)(4321+1)}\\ &= \frac{1234}{4321^2-4321^2+1}\\ &= 1234\end{aligned}$$

12. 두 수 x, y 에 대하여 연산 ★, ▲를 $x\bigstar y=xy$, $x\blacktriangle y=xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X\div Y)$ 의 값은?

$2a\bigstar X=6a^2b$, $Y\blacktriangle 3b=54ab^4$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$2a\bigstar X=6a^2b$에서

$(2a)X=6a^2b$

$\therefore\ X=\frac{6a^2b}{2a}=3ab$

$Y\blacktriangle 3b=54ab^4$에서

$Y\,(3b)^2=9b^2Y=54ab^4$

$\therefore\ Y=\frac{54ab^4}{9b^2}=6ab^2$

$\therefore\ 2a(X\div Y)=2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right)=\frac{a}{b}$

13. $3x-2\left\{x+2y-\left(y-3x-\square\right)\right\}=-7x-6y$ 일 때, $\square$안에 알맞은 식은? [배점 5, 중상]

① $-2x-y$ ② $-2x-y$ ③ $x+y$

④ $x+2y$ ⑤ $3x+3y$

해설

$3x-2\left\{x+2y-\left(y-3x-\square\right)\right\}$
$=3x-2\left(x+2y-y+3x+\square\right)$
$=3x-2x-4y+2y-6x-2\square$
$=-5x-2y-2\square$
$=-7x-6y$
$\therefore \square=x+2y$

14. 상수 a, b, c에 대하여 $(5x+a)(bx+6)=10x^2+cx-54$ 일 때, $a+b+c$의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$(5x+a)(bx+6)=5bx^2+(30+ab)x+6a$
$5bx^2+(30+ab)x+6a=10x^2+cx-54$
$5b=10 \quad \therefore b=2$
$6a=-54 \quad \therefore a=-9$
$30+ab=c,\ (30-18)=12 \quad \therefore c=12$
$\therefore a+b+c=-9+2+12=5$

15. $2^5\times3^3\times2^3\times3^5$을 간단히 하면? [배점 5, 중상]

① 6^8 ② 6^5 ③ 6^{15}

④ 23^{15} ⑤ 23^8

해설

$2^5\times3^3\times2^3\times3^5=2^8\times3^8=6^8$

16. 다음에서 $x+y+z$의 값을 구하면?

- $(a^2)^3\times(a^3)^x=a^{18}$
- $\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3=\frac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z\div a^2=a^4b^3$

[배점 5, 중상]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$(a^2)^3\times(a^3)^x=a^{18}$
$a^6\times a^{3x}=a^{18}$
$6+3x=18 \quad \therefore x=4$
$\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3=\frac{a^y}{b^6}$
$\frac{a^{12}}{b^6}=\frac{a^y}{b^6} \quad \therefore y=12$
$(a^2b)^z\div a^2=a^4b^3$
$a^{2z}b^z\div a^2=a^4b^3$
$a^{2z-2}b^z=a^4b^3 \quad \therefore z=3$
$\therefore x+y+z=4+12+3=19$

17. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$일 때, abc의 값은? [배점 5, 중상]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$의 양변에 abc를 곱하면
$ab+bc+ca=abc$
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$이므로
$1=\frac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$
$\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$

18. $xyz\neq 0$, $xy=a$, $yz=b$, $zx=c$일 때, $x^2+y^2+z^2$의 값을 a, b, c에 관하여 바르게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $\frac{bc}{c}+\frac{ac}{a}+\frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b}+\frac{ac}{c}+\frac{ab}{a}$
③ $\frac{bc}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b}+\frac{ac}{a}+\frac{ab}{c}$
⑤ $\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2=abc$이고
$x^2=\frac{abc}{y^2z^2}=\frac{abc}{b^2}=\frac{ac}{b}$
$y^2=\frac{abc}{x^2z^2}=\frac{abc}{c^2}=\frac{ab}{c}$
$z^2=\frac{abc}{x^2y^2}=\frac{abc}{a^2}=\frac{bc}{a}$
$\therefore\ x^2+y^2+z^2=\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}$

19. 4개의 수 a, b, c, d에 대하여 기호 $|\ |$를 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$로 정의 한다.
이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$은? [배점 5, 중상]

① $x-\frac{5}{2}y-3$ ② $x-\frac{3}{2}y-2$
③ $x+\frac{3}{2}y-1$ ④ $-x+\frac{5}{2}y$
⑤ $-x+\frac{7}{2}y$

해설

$(x+2y-3)\times\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)\times(y-x+1)$
$=\left(\frac{1}{2}x+y-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{3}{2}y+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\right)$
$=\frac{1}{2}x+y-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}y-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$
$=-x+\frac{5}{2}y$

20. $abc=1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 1

해설

$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$
$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{a(bc+b+1)}+\frac{abc}{ab(ca+c+1)}$
$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{abc+ab+a}+\frac{abc}{a^2bc+abc+ab}$
$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{1+ab+a}+\frac{1}{a+1+ab}$
$=\frac{a+ab+1}{ab+a+1}=1$

21. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

해설

$a : b = 1 : 2$ 이므로 $b = 2a$

$$\square = \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right)$$
$$= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right)$$
$$= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2$$

22. $\left(\frac{a^3 b^{\triangle}}{a^{\triangle} b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$ 일 때, $\triangle$안에 공통으로 들어가는 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\left(\frac{a^3 b^{\triangle}}{a^{\triangle} b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$

i) $9 - 3\triangle = -6$, $\triangle = 5$

ii) $3\triangle - 12 = 3$, $\triangle = 5$

23. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3,\ y = 3$

$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$

$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$

따라서 11 자리의 수이다.

24. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3,\ y = 3$

$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$

$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$

따라서 11 자리의 수이다.

25. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리

④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 4$

두 식을 연립하면

$x = 5,\ y = 6$

$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$

$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$

따라서 26 자리의 수이다.

26. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리

④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 4$

두 식을 연립하면

$x = 5,\ y = 6$

$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$

$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$

따라서 26 자리의 수이다.

27. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$를 y 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $-5x+1$ ② $-5y-1$ ③ $-5y+2$

④ $5y+1$ ⑤ $-5y-2$

해설

$8x + 10y = 3x - 5y$

$5x = -15y\ \ \therefore x = -3y$

$\therefore\ (x+1) - 2y - 2 = -3y - 2y - 1 = -5y - 1$

28. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = -a+3b$, $B = 2a-4b+c$ 일 때, $2(A+B) - (A+B)$ 를 a, b, c 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $a-b+c$ ② $10b-c$

③ $5a-9b+3c$ ④ $11a-9b-c$

⑤ $9a-11b+c$

해설

$A = -a+3b$, $B = 2a-4b+c$ 이므로

$2(A+B) - (A+B)$

$= 2A + 2B - A - B$

$= A + B$

$= (-a+3b) + (2a-4b+c)$

$= a - b + c$

29. 부등식 $3^{10} < x^{10} < 4^{20}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

$3^{10} < x^{10} < (4^2)^{10}$

$3 < x < 4^2$

따라서 만족하는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15로 12 개이다.

30. $9^x = 4$ 일 때, $\dfrac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\dfrac{2}{9}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{1}{5}$ ④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ $\dfrac{9}{2}$

해설

$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$\therefore \dfrac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \dfrac{4}{16 + 2} = \dfrac{4}{18} = \dfrac{2}{9}$

31. $\dfrac{1}{x} : \dfrac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\dfrac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\dfrac{1}{x} : \dfrac{1}{y} = 1 : 4$, $\dfrac{4}{x} = \dfrac{1}{y}$ 이므로 $x = 4y$ 이다.

$\dfrac{x^2 + 4y^2}{xy} = \dfrac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \dfrac{20y^2}{4y^2} = 5$

32. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $\dfrac{1}{4}a$ ② $\dfrac{1}{2}a$ ③ $\dfrac{3}{4}a$ ④ $\dfrac{3}{2}a$ ⑤ $\dfrac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \end{aligned}$$

33. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\dfrac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $\dfrac{4606}{B^2}A^3$ ② $\dfrac{4607}{B^2}A^3$ ③ $\dfrac{4608}{B^2}A^3$

④ $\dfrac{4609}{B^2}A^3$ ⑤ $\dfrac{4610}{B^2}A^3$

해설

$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8$ 이므로 $2^x = 8A$

$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3$ 이므로 $3^x = \dfrac{B}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{B^2} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

34. $(a,\ b)*(c,\ d)=\dfrac{bd}{ac}$라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y,\ -\frac{xy^3}{4}\right)*\left(-\frac{1}{3}xy^2,\ \frac{-1}{xy}\right)$$

[배점 5, 중상]

① $-\dfrac{2}{4}x^2$ ② $-\dfrac{3}{4}xy$ ③ $-\dfrac{3}{4x^2}$
④ $-\dfrac{3}{4x}^3$ ⑤ $-\dfrac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$(\text{준식})=\frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right)\times\left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y\times\left(-\frac{1}{3}xy^2\right)}=\frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}}$$
$$=\frac{y^2}{4}\times\left(-\frac{3}{x^3y^3}\right)=-\frac{3}{4x^3y}\text{이다.}$$

35. $\left(-\dfrac{4}{3}xy^3\right)^2\times 4xy\div 4x^py^q=\dfrac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$\left(-\dfrac{4}{3}xy^3\right)^2\times 4xy\div 4x^py^q=\dfrac{16y}{9x^2}$

$\dfrac{16}{9}x^2y^6\times 4xy\times\dfrac{1}{4x^py^q}=\dfrac{16y}{9x^2}$

$\dfrac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q}=\dfrac{16y}{9x^2}$

$3-p=-2 \quad \therefore\ p=5$

$7-q=1 \quad \therefore\ q=6$

$\therefore\ p+q=11$

36. $(4x^2-3x+2)(3x^3+5x^2+7)$을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$(4x^2-3x+2)(3x^3+5x^2+7)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$라 하면

항등식이므로 양변에 $x=1$을 대입하면

$(4-3+2)(3+5+7)=a+b+c+d+e+f$

$\therefore\ a+b+c+d+e+f=45$

37. $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면? [배점 5, 중상]

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$x-y=A,\ x+2y=B$라 하면

$(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$

$=(A+2)(A+3)-(B-3)^2$

$=A^2+5A+6-B^2+6B-9$

$=(x-y)^2+5(x-y)+6-(x+2y)^2+6(x+2y)-9$

$=x^2-2xy+y^2+5x-5y+6-x^2-4xy-4y^2+6x+12y-9$

$=-3y^2-6xy+11x+7y-3$

$\therefore$ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 :

$-3-6+11+7=9$

38. $\frac{3x^2-4x+1}{2}$에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2-7x+3}{4}$이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{x^2-11x+4}{2}$ ② $\frac{5x^2-3x+2}{4}$
③ $\frac{10x^2-9x+1}{4}$ ④ $\frac{10x^2-21x+9}{4}$
⑤ $\frac{21x^2-9x+11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}+A=\frac{2x^2-7x+3}{4}$$
$$\therefore A=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{3x^2-4x+1}{2}$$
$$=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{6x^2-8x+2}{4}$$
$$=\frac{-4x^2+x+1}{4}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{6x^2-8x+2}{4}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{10x^2-9x+1}{4}$$

39. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은? [배점 5, 중상]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$6x^2-3xy+12x+2axy-ay^2+4ay-4x+2y-8$
$=6x^2+8x+(2a-3)xy-ay^2+(4a+2)y-8$
$6+8+(2a-3)-a+(4a+2)=10$
$5a+13=8$
$\therefore a=-1$

40. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은? [배점 5, 중상]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$6x^2-3xy+12x+2axy-ay^2+4ay-4x+2y-8$
$=6x^2+8x+(2a-3)xy-ay^2+(4a+2)y-8$
$6+8+(2a-3)-a+(4a+2)=10$
$5a+13=8$
$\therefore a=-1$

41. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a의 값은?
[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x^2-4xy+6x+axy-2ay^2+3ay-5x+10y-15$
$=2x^2+x+(a-4)xy-2ay^2+(3a+10)y-15$
$2+1+(a-4)-2a+(3a+10)=5$
$2a+9=5$
$\therefore\ a=-2$

42. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a의 값은?
[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x^2-4xy+6x+axy-2ay^2+3ay-5x+10y-15$
$=2x^2+x+(a-4)xy-2ay^2+(3a+10)y-15$
$2+1+(a-4)-2a+(3a+10)=5$
$2a+9=5$
$\therefore\ a=-2$

43. $\left(\frac{3}{2}x+4\right)^2+4a=bx^2+cx+19$ 일 때, 상수 a, b, c에서 $(a+b)c$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$
④ 18 ⑤ 36

해설

$(\frac{3}{2}x)^2+2\times\frac{3}{2}x\times4+4^2+4a$
$=\frac{9}{4}x^2+12x+16+4a$
$16+4a=19$
$a=\frac{3}{4},\ b=\frac{9}{4},\ c=12$
$\therefore (a+b)c=(\frac{3}{4}+\frac{9}{4})\times12=36$

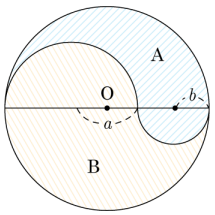
44. $a*b=(a+b)^2$ 으로 정의할 때, $2x*(-y)+x*2y$ 를 간단히 한 식에서 xy 의 계수는?
[배점 5, 중상]

① $2x^2+2y^2$ ② $3x^2+3y^2$ ③ $4x^2+4y^2$
④ $5x^2+5y^2$ ⑤ $6x^2+6y^2$

해설

$(2x-y)^2+(x+2y)^2$
$=4x^2-4xy+y^2+x^2+4xy+4y^2$
$=5x^2+5y^2$

45. 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



[배점 5, 중상]

① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$

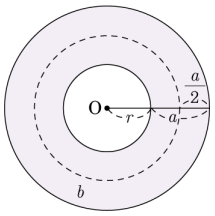
③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$

⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)
$= \pi(\frac{2a+2b}{2})^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\pi}{2}\{(a+b)^2 - a^2 + b^2\}$
$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2b^2)$
$= \pi(ab + b^2)$
(B 의 넓이)
$= \pi(\frac{2a+2b}{2})^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\pi}{2}\{(a+b)^2 + a^2 - b^2\}$
$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2a^2)$
$= \pi(ab + a^2)$
$\therefore$ B $-$ A $= \pi(ab+a^2) - \pi(ab+b^2)$
$= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b)$

46. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

① ab ② $2ab$ ③ πab

④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$b = 2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$
어두운 부분의 넓이를 S 라 하면
$S = \pi(a+r)^2 - \pi r^2$
$= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2)$
$= \pi a(a + 2r) = a\{\pi(a+2r)\} = ab$

47. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

① -28 ② -10 ③ 4

④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b)$
$= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b$
x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$
$14a + b = 21$
$a = 1$, $b = 7$($\because$ a, b는 자연수)
따라서상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

48. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은? [배점 5, 중상]

① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

양변을 전개하면

$4(x^2 + Ax + x + A) = 4(x^2 - 4x + 4) - B$

$\Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A = 4x^2 - 16x + 16 - B$

$4(A+1) = -16$

$A + 1 = -4$

$\therefore A = -5$

$4A = 16 - B$ 이므로 $-20 = 16 - B$,

따라서 B 의 값은 36이다.

49. x 에 관한 이차식을 $2x+5$ 로 나누면 몫이 $3x+4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은? [배점 5, 중상]

① $3x^2 + 12x + 1$ ② $3x^2 + 12x + 11$

③ $6x^2 + 23x + 20$ ④ $6x^2 + 27x + 20$

⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) × (몫) + (나머지) 이므로

(x 에 관한 이차식)= $(2x+5) \times (3x+4) + 1$

$= 6x^2 + 23x + 21$

50. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면? [배점 5, 중상]

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$

$= \{2x - (3y - 1)\}\{2x + (3y - 1)\}$

$= (2x)^2 - (3y - 1)^2$

$= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1)$

$= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

51. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$

$= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2$

$= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2$

$= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18$

$= 3 - 8 = -5$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.) [배점 5, 중상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx-3$ 이므로 $A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C = (1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1) = (-2,\ 2)$ 이다.