

단원테스트 클리닉

1. 어떤 다항식에 $-x+5y+3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x-2y+1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?
[배점 4, 중중]

- ① $x+8y+7$ ② $2x+3y+4$
③ $2x-7y-2$ ④ $x-2y+1$
⑤ $-x+2y-3$

해설

$$\square - (-x+5y+3) = 3x-2y+1$$

$$\square = 3x-2y+1 + (-x+5y+3) = 2x+3y+4$$

옳게 계산한 결과는

$$2x+3y+4 + (-x+5y+3) = x+8y+7$$

2. $\frac{z}{3} = \frac{(w+x)y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $w = \frac{2z}{3y} - x$

해설

$$\frac{2z}{3y} = (w+x)$$

$$\frac{2z}{3y} - x = w$$

$$w = \frac{2z}{3y} - x$$

3. $\frac{a-3b}{3} - \frac{3a-5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?
[배점 4, 중중]

- ① $a=3b$ ② $a=-3b$ ③ $a=\frac{1}{3}b$
④ $a=\frac{3}{b}$ ⑤ $a=-\frac{3}{b}$

해설

$$\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$$

$$4(5a-3b) + 3(3a+5b) = 24a-12b$$

$$5a = -15b$$

$$\therefore a = -3b$$

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$9-2ab=7$$

$$ab=1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

5. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 3^2 - 3 \times (-4) \\ &= 21 \end{aligned}$$

6. 다음 중 식을 바르게 전개한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $(x + 7)(x - 5) = x^2 - 2x - 35$
 ② $(x - 2)(x - 3) = x^2 + 6$
 ③ $(x + 3)(x + 4) = x^2 + x + 12$
 ④ $\left(x - \frac{2}{7}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right) = x^2 - \frac{31}{35}x + \frac{6}{35}$
 ⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$

해설

- ① $(x + 7)(x - 5) = x^2 + 2x - 35$
 ② $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$
 ③ $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 7x + 12$
 ⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

7. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} x : y &= 2 : 3 \\ 3x &= 2y \\ \frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3} &= \frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9} = -\frac{3x}{8y} \\ &= -\frac{2y}{8y} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

8. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$
 ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12}y^6} \times \frac{x^4y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

9. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

10. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned} & (2-1) \text{ 을 곱한다.} \\ & 2-1=1 \text{ 이므로 식의 값에 변화없다.} \\ & (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1 \\ & \therefore a = 16, b = -1 \\ & \therefore a - b = 16 - (-1) = 17 \end{aligned}$$

11. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
 $(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} + (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} n : \text{홀수}, n+1 : \text{짝수}, n+2 : \text{홀수} \\ 2n : \text{짝수}, 2n+1 : \text{홀수이므로} \\ (-1) - (+1) - (-1) + (+1) - (-1) = 1 \end{aligned}$$

12. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x \star y = xy$, $x \blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a \star X = 6a^2b, Y \blacktriangle 3b = 54ab^4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$$\begin{aligned} & 2a \star X = 6a^2b \text{ 에서} \\ & (2a)X = 6a^2b \\ & \therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab \\ & Y \blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{ 에서} \\ & Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4 \\ & \therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2 \\ & \therefore 2a(X \div Y) = 2a \left(\frac{3ab}{6ab^2} \right) = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

13. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5 \\ &= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \\ &= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7 \\ a &= 11, b = 3, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 11 + 3 + 2 = 16 \end{aligned}$$

14. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$
④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

15. 다음에서 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned} &\bullet (a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18} \\ &\bullet \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{a^y}{b^6} \\ &\bullet (a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3 \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} (a^2)^3 \times (a^3)^x &= a^{18} \\ a^6 \times a^{3x} &= a^{18} \\ 6 + 3x &= 18 \quad \therefore x = 4 \\ \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 &= \frac{a^y}{b^6} \\ \frac{a^{12}}{b^6} &= \frac{a^y}{b^6} \quad \therefore y = 12 \\ (a^2b)^z \div a^2 &= a^4b^3 \\ a^{2z}b^z \div a^2 &= a^4b^3 \\ a^{2z-2}b^z &= a^4b^3 \quad \therefore z = 3 \\ \therefore x + y + z &= 4 + 12 + 3 = 19 \end{aligned}$$

16. $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, abc 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 1 \text{ 의 양변에 } abc \text{를 곱하면} \\ ab + bc + ca &= abc \\ (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \text{ 이므로} \\ 1 &= \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca) \\ \therefore ab + bc + ca &= abc = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

17. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= abc \text{ 이고} \\ x^2 &= \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b} \\ y^2 &= \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c} \\ z^2 &= \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a} \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \end{aligned}$$

18. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + y_1 x_2 + x_2 y_2$ 로 정의 한다.
이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?
[배점 5, 중상]

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$
④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ = -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ = 9xy \end{aligned}$$

19. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)
 $P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$
[배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

20. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때,
 $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b &= 2a \\ \square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

21. $a : b = 2 : 3$ 이고, $\left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -3
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) \\&= \left(\frac{ab-1}{a}\right) \div \left(\frac{1-ab}{b}\right) \\&= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{1-ab} \\&= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{-(ab-1)} \\&= -\frac{b}{a} \\a : b = 2 : 3 \text{ 에서 } \frac{a}{b} &= \frac{2}{3} \text{ 이므로} \\ \square &= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

22. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x+2y+3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x+2y &= 3y+3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x=3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \\ \text{따라서 11 자리} &\text{의 수이다.}\end{aligned}$$

23. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 **자리**의 수를 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리
④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$\begin{aligned}3^x &= 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x+2y+3 \\ 25^{x+y} &= 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4} \\ \therefore 2x+2y &= 3y+4 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x=5, y &= 6 \\ 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \\ \text{따라서 26 자리} &\text{의 수이다.}\end{aligned}$$

24. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n+m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned}2^{17} \times 5^{20} &= (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17} \\ \therefore n &= 20 \\ 3^m \text{의 일의 자리} &\text{의 수는 3, 9, 7, 1로 반복되고} \\ 2008 &= 4 \times 502 \text{ 이므로 } m=1 \\ \therefore n+m &= 21\end{aligned}$$

25. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리 의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리 의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리 의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

26. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면?

[배점 5, 중상]

- ① $-5x + 1$ ② $-5y - 1$ ③ $-5y + 2$
④ $5y + 1$ ⑤ $-5y - 2$

해설

$$8x + 10y = 3x - 5y$$

$$5x = -15y \therefore x = -3y$$

$$\therefore (x+1) - 2y - 2 = -3y - 2y - 1 = -5y - 1$$

27. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = -a + 3b, B = 2a - 4b + c$ 일 때, $2(A+B) - (A+B)$ 를 a, b, c 에 관한 식으로 나타내면?

[배점 5, 중상]

- ① $a - b + c$ ② $10b - c$
③ $5a - 9b + 3c$ ④ $11a - 9b - c$
⑤ $9a - 11b + c$

해설

$$A = -a + 3b, B = 2a - 4b + c \text{ 이므로}$$

$$2(A+B) - (A+B)$$

$$= 2A + 2B - A - B$$

$$= A + B$$

$$= (-a + 3b) + (2a - 4b + c)$$

$$= a - b + c$$

28. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4, \frac{4}{x} = \frac{1}{y} \text{ 이므로 } x = 4y \text{ 이다.}$$

$$\frac{x^2 + 4y^2}{xy} = \frac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5$$

29. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \end{aligned}$$

30. $2^{10} \doteq 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5
④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$\begin{aligned} 2^{10} &\doteq 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로} \\ 5^3 &\doteq 2^{10} \div 2^3 = 2^7 \\ \text{따라서 } 5^{10} &= 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7 \end{aligned}$$

31. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} &= 2^a \\ 2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} &= 2^{4m-8-4m+12} = 2^4 \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

32. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때, $\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-\frac{25}{y^3}$ ② $-\frac{25}{y^5}$ ③ $-\frac{25}{y^7}$
④ $-\frac{30}{y^7}$ ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면} \\ (\text{준식}) &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7} \end{aligned}$$

33. 밑면의 반지름의 길이가 a cm, 높이가 b cm인 원뿔 V_1 과 밑면의 반지름의 길이가 b cm, 높이가 a cm인 원뿔 V_2 가 있다. V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 몇 배인가?
[배점 5, 중상]

- ① a 배 ② b 배 ③ ab 배
④ $\frac{a^2}{b}$ 배 ⑤ $\frac{a}{b}$ 배

해설

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 b, V_2 = \frac{1}{3}\pi b^2 a \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3}\pi a^2 b}{\frac{1}{3}\pi b^2 a} \div \frac{1}{3}\pi b^2 a \\ &= \frac{1}{3}\pi a^2 b \times \frac{3}{\pi b^2 a} \\ &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

따라서 V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 $\frac{a}{b}$ 배이다.

34. 상수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기에서 $a+b+4c+4d$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 3x - [x - (4y - 2x) - \{4x - (-y + 5x)\} + 4y] = \\ & ax + by \\ \text{㉡ } & x - \left[y - \frac{3}{4}(x - y) - \left\{ \frac{3}{2}x - (2x - y) \right\} \right] = \\ & cx + dy \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 3x - [x - (4y - 2x) - \{4x - (-y + 5x)\} + 4y] \\ &= 3x - [x - 4y + 2x - (4x + y - 5x) + 4y] \\ &= 3x - \{x - 4y + 2x - (-x + y) + 4y\} \\ &= 3x - (x - 4y + 2x + x - y + 4y) \\ &= 3x - (4x - y) \\ &= 3x - 4x + y \\ &= -x + y \\ \text{㉡ } & x - \left[y - \frac{3}{4}(x - y) - \left\{ \frac{3}{2}x - (2x - y) \right\} \right] \\ &= x - \left[y - \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y - \left(\frac{3}{2}x - 2x + y \right) \right] \\ &= x - \left[y - \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y - \left(\frac{3}{2}x - \frac{4}{2}x + y \right) \right] \\ &= x - \left[y - \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y - \left(-\frac{1}{2}x + y \right) \right] \\ &= x - \left(y - \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \frac{1}{2}x - y \right) \\ &= x - \left(-\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \frac{1}{2}x \right) \\ &= x - \left(-\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \frac{2}{4}x \right) \\ &= x - \left(-\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y \right) = x + \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y \\ &= \frac{4}{4}x + \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y \\ &= \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}y \end{aligned}$$

$$a = -1, b = 1, c = \frac{5}{4}, d = -\frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} & a + b + 4c + 4d \\ &= -1 + 1 + 4 \times \frac{5}{4} + 4 \times \left(-\frac{3}{4} \right) \\ &= 5 + (-3) = 2 \end{aligned}$$

35. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

$$(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \text{라 하면}$$

항등식이므로 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$(4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) = a + b + c + d + e + f$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 45$$

36. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$ 를 전개하면?

[배점 5, 중상]

① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$

④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$(a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d)$$

$$= \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\}$$

$$= (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2$$

$$= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

$$= 4ad + 4bc$$

37. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

[배점 5, 중상]

① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$

② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$

③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$

④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$

⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{4} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3 - 3x^2 + 4x - 1}{4} \\ &= \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2 + x^2 + 3x - 2}{4} \\ &= \frac{7x^2 - 5x}{4} \end{aligned}$$

38. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

39. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

40. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

41. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

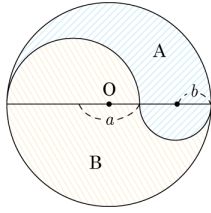
[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

42. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



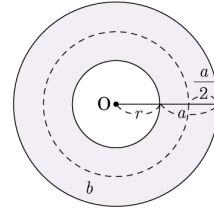
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

43. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned}
 b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\
 & \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\
 S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\
 &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab
 \end{aligned}$$

44. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}
 & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\
 &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\
 & x \text{ 의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\
 & 14a + b = 21 \\
 & a = 1, b = 7 (\because a, b \text{ 는 자연수}) \\
 & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

45. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은? [배점 5, 중상]

① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

양변을 전개하면

$$\begin{aligned} 4(x^2 + Ax + x + A) &= 4(x^2 - 4x + 4) - B \\ \Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A &= 4x^2 - 16x + 16 - B \\ 4(A+1) &= -16 \\ A+1 &= -4 \\ \therefore A &= -5 \\ 4A &= 16 - B \text{ 이므로 } -20 = 16 - B, \\ \text{따라서 } B \text{ 의 값은 } 36 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

46. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① $\left(2x - \frac{1}{3}y\right)^2$
 ② $\left(\frac{1}{3}y - 2x\right)^2$
 ③ $\left\{-\left(2x - \frac{1}{3}y\right)\right\}^2$
 ④ $-\left(-\frac{1}{3}y + 2x\right)^2$
 ⑤ $\left(2x + \frac{1}{3}y\right)^2 - \frac{8}{3}xy$

해설

$$\begin{aligned} \text{①, ②, ③, ⑤ : } &4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}y^2 \\ \text{④ : } &-4x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{9}y^2 \end{aligned}$$

47. 상수 A, B, C 에 대하여 $(2x-A)^2 = 4x^2 + Bx + C$ 이고 $B = -2A - 6$ 일 때, $A+B+C$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (2x-A)^2 &= 4x^2 - 4Ax + A^2 = 4x^2 + Bx + C \\ -4A &= B \text{ 이므로} \\ -4A &= -2A - 6 \\ \therefore A &= 3 \\ B &= -2 \times 3 - 6 = -12 \\ C &= A^2 = 9 \\ \therefore A+B+C &= 3 - 12 + 9 = 0 \end{aligned}$$

48. $(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (2x-1)(2x+A) &= (-2x+2)^2 + Bx \\ 4x^2 - 2x + 2Ax - A &= 4x^2 - 8x + 4 + Bx \\ x \text{ 의 계수가 서로 같으므로 } &-2 + 2A = -8 + B, \\ \text{상수항이 서로 같으므로 } &-A = 4 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } A &= -4, B = -2 \text{ 이므로 } A-B = -2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

49. x 에 관한 이차식을 $2x+5$ 로 나누면 몫이 $3x+4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은? [배점 5, 중상]

- ① $3x^2 + 12x + 1$ ② $3x^2 + 12x + 11$
 ③ $6x^2 + 23x + 20$ ④ $6x^2 + 27x + 20$
 ⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지)
 이므로
 (x 에 관한 이차식) = $(2x + 5) \times (3x + 4) + 1$
 $= 6x^2 + 23x + 21$

50. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

[배점 5, 중상]

- ① $4x^2 - 3y^2 - 1$
 ② $4x^2 - 9y^2 - 1$
 ③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$
 ④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$
 ⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$
 $= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\}$
 $= (2x)^2 - (3y - 1)^2$
 $= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1)$
 $= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

51. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
 ④ -12 ⑤ -6

해설

$\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$
 $= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2$
 $= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2$
 $= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4$
 $= 1 - 25 = -24$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.) [배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$
 이므로 $A + B = C$, $AB = -3$ 이다. 따라서 $C = (1 - 3, -1 + 3, 3 - 1, -3 + 1) = (-2, 2)$ 이다.