

단원테스트 클리닉

1. 어떤 다항식에 $-x+5y+3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x-2y+1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?
[배점 4, 중중]

- ① $x+8y+7$ ② $2x+3y+4$
③ $2x-7y-2$ ④ $x-2y+1$
⑤ $-x+2y-3$

해설

$$\square - (-x+5y+3) = 3x-2y+1$$

$$\square = 3x-2y+1+(-x+5y+3) = 2x+3y+4$$

옳게 계산한 결과는

$$2x+3y+4+(-x+5y+3) = x+8y+7$$

2. $\frac{z}{3} = \frac{(w+x)y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $w = \frac{2z}{3y} - x$

해설

$$\frac{2z}{3y} = (w+x)$$

$$\frac{2z}{3y} - x = w$$

$$w = \frac{2z}{3y} - x$$

3. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = \frac{3x+y}{5}$ 를 y 에 관하여 풀어라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = \frac{4}{3}x$

해설

$$\frac{2x}{10} + \frac{5y}{10} = \frac{2(3x+y)}{10}$$

$$2x+5y = 6x+2y, 3y = 4x \quad \therefore y = \frac{4}{3}x$$

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$9-2ab = 7$$

$$ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

5. $x+y=3$, $xy=-4$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

6. 다음 중 식을 바르게 전개하지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $(x+8)(x-1) = x^2 + 7x - 8$

② $(x-2)(x-7) = x^2 - 9x + 14$

③ $(x+3)(x-4) = x^2 + x - 12$

④ $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right) = x^2 - \frac{19}{15}x + \frac{2}{5}$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

해설

③ $(x+3)(x-4) = x^2 - x - 12$

7. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$x : y = 2 : 3$

$3x = 2y$

$$\begin{aligned} \frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3} &= \frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9} = -\frac{3x}{8y} \\ &= -\frac{2y}{8y} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

8. $64^{4x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-13x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

주어진 식의 양변의 밑이 2가 되도록 바꾸면

$$(2^6)^{4x+1} = (2^{-2})^{2-13x}$$

$$2^{24+6} = 2^{-4+26x}$$

$$24x + 6 = -4 + 26x$$

$$-2x = -10$$

$$\therefore x = 5$$

9. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

10. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$\begin{aligned} & (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1 \\ \therefore a &= 16, b = -1 \\ \therefore a-b &= 16 - (-1) = 17 \end{aligned}$$

11. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = x^2y$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.
 $3a\star X = 12a^2b$, $Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: b

해설

$$3a\star X = 12a^2b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2 X = 12a^2b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b$$

12. $x^A \times x^5 = x^7$, $(x^3)^4 \div x^B = x^7$ 일 때, $A+B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$x^A \times x^5 = x^7$$

$$A+5=7 \quad \therefore A=2$$

$$(x^3)^4 \div x^B = x^7$$

$$x^{12} \div x^B = x^7$$

$$12-B=7 \quad \therefore B=5$$

$$\therefore A+B=2+5=7$$

13. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$
④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

14. $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때,
 abc 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 의 양변에 abc 를 곱하면
 $ab + bc + ca = abc$
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 이므로
 $1 = \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca)$
 $\therefore ab + bc + ca = abc = -\frac{1}{4}$

15. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$
 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
 ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
 ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$x^2 y^2 z^2 = abc$ 이고
 $x^2 = \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$
 $y^2 = \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$
 $z^2 = \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$

16. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\left| \begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix} \right| =$

$ad - bc$ 로 정의 한다.

이때, $\left| \begin{smallmatrix} -2x + y + 1 & x - 2y - 4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right|$ 은?

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$ ② $-\frac{1}{4}x + y$
 ③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$
 ⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$(-2x + y + 1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x - 2y - 4) \times \left(\frac{1}{4}\right)$
 $= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right)$
 $= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1$
 $= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

17. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

[배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$P = \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)}$
 $= \frac{(c-a)(b-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} - \frac{a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
 $= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$

18. $abc = 1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \\ &= \frac{\frac{a}{abc}}{\frac{ab+a+1}{abc}} + \frac{\frac{b}{abc}}{\frac{bc+b+1}{abc}} + \frac{\frac{c}{abc}}{\frac{ca+c+1}{abc}} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{abc+ab+a} + \frac{abc}{a^2bc+abc+ab} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{1}{a+1+ab} \\ &= \frac{a+ab+1}{ab+a+1} = 1 \end{aligned}$$

19. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$) [배점 5, 중상]

- ① 2 ② $\frac{a}{b}$
 ③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$
 ⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

20. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b &= 2a \\ \square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

21. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 $\square$ 자리 의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x+2y+3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x+2y &= 3y+3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x=3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \\ \text{따라서 11 자리의 수이다.} \end{aligned}$$

22. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

23. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 **자리**의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 **자리** ② 12 **자리** ③ 17 **자리**

④ 20 **자리** ⑤ **26 자리**

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 **자리**의 수이다.

24. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

25. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $-5x+1$ ② **$-5y-1$** ③ $-5y+2$

④ $5y+1$ ⑤ $-5y-2$

해설

$$8x + 10y = 3x - 5y$$

$$5x = -15y \therefore x = -3y$$

$$\therefore (x+1) - 2y - 2 = -3y - 2y - 1 = -5y - 1$$

26. $\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$ 일 때 $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 이다. $9a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$$\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$$

$$6x-3y=3x+4y$$

$$3x=7y$$

$$\therefore x = \frac{7}{3}y$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{14}{9}y + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{20}{9}y + 3$$

$$\therefore a = \frac{20}{9}, b = 3 \therefore 9a + b = 23$$

27. 부등식 $3^{10} < x^{10} < 4^{20}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$$3^{10} < x^{10} < (4^2)^{10}$$

$$3 < x < 4^2$$

따라서 만족하는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15로 12 개 이다.

28. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

29. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

[배점 5, 중상]

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$

② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$

③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$

④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{ 이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

$$3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$$

$$= 6b^3 - 12ab^2 + 3$$

양변을 3 으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

30. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \end{aligned}$$

31. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{4606}{B^2}A^3$ ② $\frac{4607}{B^2}A^3$ ③ $\frac{4608}{B^2}A^3$
④ $\frac{4609}{B^2}A^3$ ⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A \\ B &= 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3} \\ \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

32. $(a, b) * (c, d) = \frac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y, -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2, \frac{-1}{xy}\right)$$

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{2}{4}x^2$ ② $-\frac{3}{4}xy$ ③ $-\frac{3}{4x^2}$
④ $-\frac{3^3}{4x}$ ⑤ $-\frac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}} \\ &= \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

33. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때, $\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-\frac{25}{y^3}$ ② $-\frac{25}{y^5}$ ③ $-\frac{25}{y^7}$
④ $-\frac{30}{y^7}$ ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7} \end{aligned}$$

34. 상수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기에서 $a+b-3c+3d$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] = \\ & ax + by \\ \textcircled{B} \quad & 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] \\ & = cx + dy \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] \\ & = x - \{2x - y + 3x - (x - 3x + y)\} \\ & = x - \{2x + 3x - y - (-2x + y)\} \\ & = x - (5x - y + 2x - y) \\ & = x - (5x + 2x - y - y) \\ & = x - (7x - 2y) \\ & = x - 7x + 2y \\ & = -6x + 2y \end{aligned}$$

이므로 $a = -6, b = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{B} \quad & 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] \\ & = 5y - \left\{ 2y - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \left(\frac{5}{3}x - x + 4y \right) \right\} \\ & = 5y - \left\{ -\frac{2}{3}x + 2y + \frac{2}{3}y - \left(\frac{2}{3}x + 4y \right) \right\} \\ & = 5y - \left(-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}y - \frac{2}{3}x - 4y \right) \\ & = 5y - \left(-\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}y \right) \\ & = 5y + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \\ & = \frac{4}{3}x + \frac{19}{3}y \end{aligned}$$

이므로 $c = \frac{4}{3}, d = \frac{19}{3}$ 이다.

$$\therefore a+b-3c+3d = -6+2-3 \times \frac{4}{3} + 3 \times \frac{19}{3} = 11$$

35. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수 항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

$$(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \text{ 라 하면}$$

항등식이므로 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$(4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) = a + b + c + d + e + f$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 45$$

36. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더 했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$ ② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
 ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$ ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
 ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4} \end{aligned}$$

37. $(3x + ay - 2)(2x - y + 4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

38. $(3x + ay - 2)(2x - y + 4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

39. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ &= 2x^2 + x + (a-4)xy - 2ay^2 + (3a+10)y - 15 \\ & 2 + 1 + (a-4) - 2a + (3a+10) = 5 \\ & 2a + 9 = 5 \\ & \therefore a = -2 \end{aligned}$$

40. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ &= 2x^2 + x + (a-4)xy - 2ay^2 + (3a+10)y - 15 \\ & 2 + 1 + (a-4) - 2a + (3a+10) = 5 \\ & 2a + 9 = 5 \\ & \therefore a = -2 \end{aligned}$$

41. $[a, b] = (a+b)^2$ 일 때, $[2x, -3y] - 2 \times [-x, 2y]$ 를 간단히 하면?

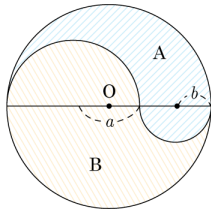
[배점 5, 중상]

- ① $2x^2 - 4xy - 2y^2$ ② $2x^2 - 4xy + 2y^2$
 ③ $2x^2 - 4xy + y^2$ ④ $2x^2 + 4xy + y^2$
 ⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y)^2 - 2 \times (-x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2) \\ &= 2x^2 - 4xy + y^2 \end{aligned}$$

42. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



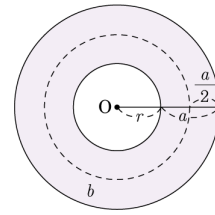
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

43. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned}
 b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\
 & \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\
 S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\
 &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab
 \end{aligned}$$

44. $x = a(a+5)$ 일 때, $(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + 6$ ④ $x^2 + 36$
 ⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= a(a+5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\
 (a-1)(a+2)(a+3)(a+6) \\
 &= \{ (a-1)(a+6) \} \{ (a+2)(a+3) \} \\
 &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\
 &= (x - 6)(x + 6) \\
 &= x^2 - 36
 \end{aligned}$$

45. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b)$
 $= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b$
 x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$
 $14a + b = 21$
 $a = 1, b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)
 따라서 상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

46. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

양변을 전개하면
 $4(x^2 + Ax + x + A) = 4(x^2 - 4x + 4) - B$
 $\Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A = 4x^2 - 16x + 16 - B$
 $4(A+1) = -16$
 $A+1 = -4$
 $\therefore A = -5$
 $4A = 16 - B$ 이므로 $-20 = 16 - B$,
 따라서 B 의 값은 36이다.

47. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① $(3x - \frac{5}{2}y)^2$ ② $(\frac{5}{2}y - 3x)^2$
 ③ $-(-\frac{5}{2}y + 3x)^2$ ④ $\left\{-(3x - \frac{5}{2}y)\right\}^2$
 ⑤ $(3x + \frac{5}{2}y)^2 - 30xy$

해설

①, ②, ④, ⑤ : $9x^2 - 15x + \frac{25}{4}y^2$
 ③ : $-9x^2 + 15x - \frac{25}{4}y^2$

48. $(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$
 $4x^2 - 2x + 2Ax - A = 4x^2 - 8x + 4 + Bx$
 x 의 계수가 서로 같으므로 $-2 + 2A = -8 + B$,
 상수항이 서로 같으므로 $-A = 4$ 이다.
 따라서 $A = -4, B = -2$ 이므로 $A - B = -2$ 이다.

49. x 에 관한 이차식을 $2x+5$ 로 나누면 몫이 $3x+4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은? [배점 5, 중상]

- ① $3x^2 + 12x + 1$ ② $3x^2 + 12x + 11$
 ③ $6x^2 + 23x + 20$ ④ $6x^2 + 27x + 20$
 ⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지)
 이므로
 (x 에 관한 이차식) = $(2x + 5) \times (3x + 4) + 1$
 $= 6x^2 + 23x + 21$

50. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
 ④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24 \end{aligned}$$

51. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5 \end{aligned}$$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.) [배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$
 이므로 $A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C = (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.