

단원테스트 클리닉

1. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = \frac{3x+y}{5}$ 를 y 에 관하여 풀어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = \frac{4}{3}x$

해설

$$\frac{2x}{10} + \frac{5y}{10} = \frac{2(3x+y)}{10}$$

$$2x + 5y = 6x + 2y, 3y = 4x \quad \therefore y = \frac{4}{3}x$$

2. $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$ 일 때, y 를 x 에 관하여 풀어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = -x + 1$

해설

$$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1)-y}{y-1}}$$

$$= \frac{y-1}{-1} = -y+1$$

$x = -y+1$ 에서 y 를 x 에 관하여 풀면 $y = -x+1$ 이다.

3. 어떤 다항식에서 $2x - 3y + 5$ 를 더해야 할 것을 잘못 하여 빼었더니 $4x + 2y - 3$ 이 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

[배점 4, 중중]

① $-4x - 2y - 8$

② $-2x - 5y + 8$

③ $2x - 5y - 8$

④ $6x - y + 2$

⑤ $8x - 4y + 7$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A - (2x - 3y + 5) = 4x + 2y - 3$$

$$A = (4x + 2y - 3) + (2x - 3y + 5) = 6x - y + 2$$

$$\therefore (6x - y + 2) + (2x - 3y + 5)$$

$$= 8x - 4y + 7$$

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

5. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

6. $(x + a)(x - 3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$
④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$$(x + a)(x - 3) = x^2 + (a - 3)x - 3a = x^2 + bx + 11$$

$$a - 3 = b, -3a = 11$$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a + b = -\frac{31}{3}$ 이다.

7. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1234

해설

$$\frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)}$$

$$= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1}$$

$$= 1234$$

8. $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) = 2^a + b$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

$$(2 - 1) \text{ 을 곱한다.}$$

$$2 - 1 = 1 \text{ 이므로 식의 값에 변화없다.}$$

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$$

$$= (2^8 - 1)(2^8 + 1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

9. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A, B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

[배점 5, 중상]

① $144ab$ ② $144a^2b^2$ ③ $144a^3b^3$
④ $144a^4b^4$ ⑤ $144a^5b^5$

해설

$$A^2 = (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a$$

$$= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4$$

10. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$
 ④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

11. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때, abc 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \text{의 양변에 } abc \text{를 곱하면} \\ ab + bc + ca = abc \\ (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \text{이므로} \\ 1 = \frac{3}{2} + 2(ab+bc+ca) \\ \therefore ab + bc + ca = abc = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

12. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
 ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
 ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$\begin{aligned} x^2y^2z^2 &= abc \text{이고} \\ x^2 &= \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b} \\ y^2 &= \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c} \\ z^2 &= \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a} \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \end{aligned}$$

13. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의 한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$
 ④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ = -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ = 9xy \end{aligned}$$

14. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-5x^2 - 20x - 22$ ② $-5x^2 + 20x - 34$
 ③ $2x^2 - x + 1$ ④ $2x^2 + 5x + 9$
 ⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned} (A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{ 이므로} \\ &= (x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\ &= -5x^2 + 20x - 34 \end{aligned}$$

15. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$
 [배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

16. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$) [배점 5, 중상]

- ① 2 ② $\frac{a}{b}$
 ③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$
 ⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

17. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b &= 2a \\ \square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

18. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^3 \times 4^{-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

19. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 **자리**의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 **자리** ② 12 **자리** ③ 17 **자리**

④ 20 **자리** ⑤ 26 **자리**

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 **자리**의 수이다.

20. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

21. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

22. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $-5x+1$ ② $-5y-1$ ③ $-5y+2$
 ④ $5y+1$ ⑤ $-5y-2$

해설

$$\begin{aligned} 8x+10y &= 3x-5y \\ 5x &= -15y \quad \therefore x = -3y \\ \therefore (x+1) - 2y - 2 &= -3y - 2y - 1 = -5y - 1 \end{aligned}$$

23. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = -a+3b, B = 2a-4b+c$ 일 때, $2(A+B) - (A+B)$ 를 a, b, c 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $a-b+c$ ② $10b-c$
 ③ $5a-9b+3c$ ④ $11a-9b-c$
 ⑤ $9a-11b+c$

해설

$$\begin{aligned} A &= -a+3b, B = 2a-4b+c \text{ 이므로} \\ 2(A+B) - (A+B) &= 2A+2B-A-B \\ &= A+B \\ &= (-a+3b) + (2a-4b+c) \\ &= a-b+c \end{aligned}$$

24. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2, B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$
 ② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
 ③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$
 ④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
 ⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

$$\begin{aligned} 3C &= 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1 \\ &= 6b^3 - 12ab^2 + 3 \end{aligned}$$

양변을 3으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

25. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2+4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} : \frac{1}{y} &= 1 : 4, \frac{4}{x} = \frac{1}{y} \text{ 이므로 } x = 4y \text{ 이다.} \\ \frac{x^2+4y^2}{xy} &= \frac{16y^2+4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5 \end{aligned}$$

26. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \end{aligned}$$

27. $2^{10} \doteq 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5
④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$\begin{aligned} 2^{10} &\doteq 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로} \\ 5^3 &\doteq 2^{10} \div 2^3 = 2^7 \\ \text{따라서 } 5^{10} &= 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7 \end{aligned}$$

28. $(a, b) * (c, d) = \frac{bd}{ac}$ 라 할 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\left(x^2y, -\frac{xy^3}{4}\right) * \left(-\frac{1}{3}xy^2, \frac{-1}{xy}\right)$$

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{2}{4}x^2$ ② $-\frac{3}{4}xy$ ③ $-\frac{3}{4x^2}$
④ $-\frac{3^3}{4x}$ ⑤ $-\frac{3}{4x^3y}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{\left(-\frac{xy^3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{xy}\right)}{x^2y \times \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)} = \frac{\frac{y^2}{4}}{-\frac{x^3y^3}{3}} \\ &= \frac{y^2}{4} \times \left(-\frac{3}{x^3y^3}\right) = -\frac{3}{4x^3y} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

29. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때,

$\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{25}{y^3}$ ② $-\frac{25}{y^5}$ ③ $-\frac{25}{y^7}$
④ $-\frac{30}{y^7}$ ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7} \end{aligned}$$

30. 가로 길이가 $4a$ 이고 세로 길이가 $2b$ 인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로
가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$$

세로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\begin{aligned} \pi \times (4a)^2 \times 2b &= 32\pi a^2 b \\ \frac{\text{(가로 축 회전체)}}{\text{(세로 축 회전체)}} &= \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2 b} = \frac{b}{2a} \end{aligned}$$

31. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{3a}{b}$ 배

해설

$$\begin{aligned} \text{(원기둥 부피)} : a^2\pi \times b &= a^2b\pi \\ \text{(원뿔의 부피)} : \frac{1}{3}b^2\pi \times a &= \frac{1}{3}ab^2\pi \\ \frac{\text{(원기둥의 부피)}}{\text{(원뿔의 부피)}} &= \frac{a^2b\pi}{\frac{1}{3}ab^2\pi} = \frac{3a}{b} \end{aligned}$$

32. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ 3-p &= -2 \quad \therefore p=5 \\ 7-q &= 1 \quad \therefore q=6 \\ \therefore p+q &= 11 \end{aligned}$$

33. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -36

해설

$$\begin{aligned} \frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} &= \frac{x^n}{y^3} \\ \frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} &= \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m} \\ 6-m &= n, \quad 3-2m = -3 \\ -2m &= -6, \quad \therefore m=3 \\ n &= 6-3=3, \quad \therefore n=3 \\ (-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 &= 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn \\ m=3, n=3 \text{ 이므로, } -4mn &= -4 \times 3 \times 3 = -36 \end{aligned}$$

34. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$
를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d) \\ &= \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\} \\ &= (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

35. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더
했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을
구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$ ② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$ ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{4} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3 - 3x^2 + 4x - 1}{4} \\ &= \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-x^2 - 3x + 2}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2 + x^2 + 3x - 2}{4} \\ &= \frac{7x^2 - 5x}{4} \end{aligned}$$

36. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

37. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

38. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

39. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

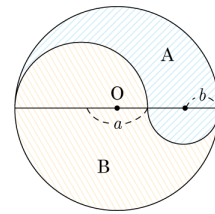
40. $\left(\frac{3}{2}x + 4\right)^2 + 4a = bx^2 + cx + 19$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $(a+b)c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$
 ④ 18 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{2}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}x \times 4 + 4^2 + 4a \\ &= \frac{9}{4}x^2 + 12x + 16 + 4a \\ & 16 + 4a = 19 \\ & a = \frac{3}{4}, b = \frac{9}{4}, c = 12 \\ & \therefore (a+b)c = \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) \times 12 = 36 \end{aligned}$$

41. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



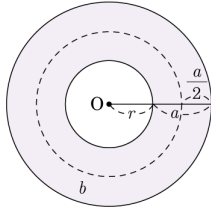
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(A 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 - a^2 + b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\ &= \pi(ab + b^2) \\ & \text{(B 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 + a^2 - b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\ &= \pi(ab + a^2) \\ & \therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\ &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b) \end{aligned}$$

42. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab \end{aligned}$$

43. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 전개식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + x$ ④ $x^2 + x - 36$
 ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a - 6) = a^2 - 6a \\ (a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7) &= \\ &= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\} \\ &= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7) \\ &= (x + 8)(x - 7) \\ &= x^2 + x - 56 \end{aligned}$$

44. $7(x + a)^2 + (4x + b)(x - 5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} &7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ x \text{의 계수는 } 14a - 20 + b &= 1 \\ 14a + b &= 21 \\ a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b &= 7 - 35 = -28 \text{이다.} \end{aligned}$$

45. $4(x + 1)(x + A) = 4(x - 2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} \text{양변을 전개하면} \\ 4(x^2 + Ax + x + A) &= 4(x^2 - 4x + 4) - B \\ \Rightarrow 4x^2 + 4(A + 1)x + 4A &= 4x^2 - 16x + 16 - B \\ 4(A + 1) &= -16 \\ A + 1 &= -4 \\ \therefore A &= -5 \\ 4A = 16 - B \text{ 이므로 } -20 &= 16 - B, \\ \text{따라서 } B \text{ 의 값은 } 36 \text{이다.} \end{aligned}$$

46. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ab} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, \quad bd = 12, \quad cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

47. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① $(3x - \frac{5}{2}y)^2$ ② $(\frac{5}{2}y - 3x)^2$
 ③ $-(-\frac{5}{2}y + 3x)^2$ ④ $\left\{-(3x - \frac{5}{2}y)\right\}^2$
 ⑤ $(3x + \frac{5}{2}y)^2 - 30xy$

해설

$$\text{①, ②, ④, ⑤ : } 9x^2 - 15x + \frac{25}{4}y^2$$

$$\text{③ : } -9x^2 + 15x - \frac{25}{4}y^2$$

48. $(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$ 일 때, $A - B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$$

$$4x^2 - 2x + 2Ax - A = 4x^2 - 8x + 4 + Bx$$

x 의 계수가 서로 같으므로 $-2 + 2A = -8 + B$, 상수항이 서로 같으므로 $-A = 4$ 이다.

따라서 $A = -4, B = -2$ 이므로 $A - B = -2$ 이다.

49. x 에 관한 이차식을 $2x + 5$ 로 나누면 몫이 $3x + 4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은? [배점 5, 중상]

- ① $3x^2 + 12x + 1$ ② $3x^2 + 12x + 11$
 ③ $6x^2 + 23x + 20$ ④ $6x^2 + 27x + 20$
 ⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지)
 이므로

$$(x \text{ 에 관한 이차식}) = (2x + 5) \times (3x + 4) + 1 \\ = 6x^2 + 23x + 21$$

50. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24 \end{aligned}$$

51. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5 \end{aligned}$$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)
[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$
이므로 $A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C = (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.