

단원테스트 2차

1. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = \frac{3x+y}{5}$ 를 y 에 관하여 풀어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = \frac{4}{3}x$

해설

$$\frac{2x}{10} + \frac{5y}{10} = \frac{2(3x+y)}{10}$$

$$2x + 5y = 6x + 2y, 3y = 4x \quad \therefore y = \frac{4}{3}x$$

2. $x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}, z = \frac{1}{1-y}$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

3. $(4x+9)(x-2)$ 를 전개하면 $4x^2 - (2a-5)x + 3b$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -36 ② -12 ③ -9
④ 2 ⑤ 18

해설

$$(4x+9)(x-2) = 4x^2 + x - 18 = 4x^2 - (2a-5)x + 3b$$

에서

$$-2a + 5 = 1 \text{ 이므로 } a = 2,$$

$$3b = -18 \text{ 이므로 } b = -6$$

$\therefore ab = -12$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $(a-3)(b+7) = ab + 7a - 3b - 21$
② $(2x-y)(3x+5y) = 6x^2 + 7xy - 5y^2$
③ $(2x+y)(3x+2y) = 6x^2 + 7xy + 2y^2$
④ $(3a+4b)(2a-b) = 6a^2 + 5ab - 4b^2$
⑤ $(2x+y)^2 = 4x^2 + 2xy + y^2$

해설

- ① $(a-3)(b+7) = ab + 7a - 3b - 21$
② $(2x-y)(3x+5y) = 6x^2 + 7xy - 5y^2$
③ $(2x+y)(3x+2y) = 6x^2 + 7xy + 2y^2$
④ $(3a+4b)(2a-b) = 6a^2 + 5ab - 4b^2$
⑤ $(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

5. 어떤 식에 $2x^2 - x + 1$ 을 더하여야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $-x^2 + 2x$ 가 되었다. 옳게 계산한 결과는?
[배점 4, 중중]

- ① $x^2 + x + 1$ ② $x^2 - 2x$
 ③ $3x^2 - 2x + 1$ ④ $3x^2 + 2$
 ⑤ $-3x^2 - 3x + 1$

해설

어떤 식을 A라하면

$$A - (2x^2 - x + 1) = -x^2 + 2x$$

$$A = (-x^2 + 2x) + (2x^2 - x + 1) = x^2 + x + 1$$

$$\therefore (x^2 + x + 1) + (2x^2 - x + 1)$$

$$= 3x^2 + 2$$

6. 가로 길이가 $7x$, 세로 길이가 $4x$ 인 직사각형에서 가로 길이는 3만큼 줄이고 세로 길이는 1만큼 늘었다. 이 때, 직사각형의 넓이는? [배점 4, 중중]

- ① $20x^2 - 5x - 3$ ② $20x^2 - 5x + 3$
 ③ $28x^2 + 5x - 3$ ④ $28x^2 - 5x - 3$
 ⑤ $28x^2 + 5x + 3$

해설

$$(\text{직사각형의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$$

$$= (7x + 3)(4x - 1)$$

$$= 28x^2 + 5x - 3$$

7. 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b = 3, a^2 + b^2 = 7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

8. $(x - 2)(x + k) = x^2 + ax + b$ 일 때, $2a + b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$(x - 2)(x + k) = x^2 + (-2 + k)x - 2k = x^2 + ax + b$$

$$a = k - 2, b = -2k$$

$$\therefore 2a + b = 2(k - 2) + (-2k) = 2k - 4 - 2k = -4$$

9. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 1234

해설

$$\frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)}$$

$$= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1}$$

$$= 1234$$

10. 두 수 x, y 에 대하여 연산 \star, \blacktriangle 를 $x\star y = xy$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a\star X = 6a^2b, Y\blacktriangle 3b = 54ab^4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{a}{b}$

해설

$$2a\star X = 6a^2b \text{에서}$$

$$(2a)X = 6a^2b$$

$$\therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab$$

$$Y\blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{에서}$$

$$Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4$$

$$\therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2$$

$$\therefore 2a(X \div Y) = 2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right) = \frac{a}{b}$$

11. $2^{10} \div 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0.0001

해설

$$\begin{aligned} 0.4^{10} &= \frac{2^{10}}{5^{10}} = \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7} \\ &= \frac{2^3 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 2^7} = \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4} \end{aligned}$$

12. 다음 \square 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(x^2)^\square \div x^3 = x^7$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$x^{2 \times \square - 3} = x^7$$

$$2 \times \square - 3 = 7$$

따라서 $\square = 5$ 이다.

13. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$(A * B) * B = (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{이므로}$$

$$(x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5)$$

$$= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30$$

$$= -5x^2 + 20x - 34$$

14. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, \square 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b &= 2a \\ \square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab + 1}{a}\right) \div \left(\frac{1 + ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

15. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리 의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리 의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 21

해설

$$\begin{aligned} 2^{17} \times 5^{20} &= (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17} \\ \therefore n &= 20 \\ 3^m \text{ 의 일의 자리 의 수는 } &3, 9, 7, 1 \text{ 로 반복되고} \\ 2008 &= 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1 \\ \therefore n + m &= 21 \end{aligned}$$

16. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리 의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리 의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 21

해설

$$\begin{aligned} 2^{17} \times 5^{20} &= (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17} \\ \therefore n &= 20 \\ 3^m \text{ 의 일의 자리 의 수는 } &3, 9, 7, 1 \text{ 로 반복되고} \\ 2008 &= 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1 \\ \therefore n + m &= 21 \end{aligned}$$

17. $\frac{3x + 4y}{2x - 3y} = \frac{1}{3}$ 일 때, $(x - 1) - y + 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $5x$ ② $7x$ ③ $9x$
 ④ $\frac{21}{5}x$ ⑤ $\frac{22}{15}x$

해설

$$\begin{aligned} 9x + 12y &= 2x - 3y \\ 7x &= -15y \therefore y = -\frac{7}{15}x \\ \therefore (x - 1) - y + 1 &= x - y = x - \left(-\frac{7}{15}x\right) = \frac{22}{15}x \end{aligned}$$

18. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$
- ② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
- ③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$
- ④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
- ⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면
 $A = 6b^3 - 3ab^2$, $B = 8ab^2 - 4$
 $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 에서
 $A - B - 3C = ab^2 + 1$ 이고,
 $3C = A - B - ab^2 - 1$
 $3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$
 $= 6b^3 - 12ab^2 + 3$
양변을 3으로 나누면
 $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

19. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{4606}{B^2} A^3$
- ② $\frac{4607}{B^2} A^3$
- ③ $\frac{4608}{B^2} A^3$
- ④ $\frac{4609}{B^2} A^3$
- ⑤ $\frac{4610}{B^2} A^3$

해설

$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8$ 이므로 $2^x = 8A$
 $B = 3^{x+1} = 3^x \times 3$ 이므로 $3^x = \frac{B}{3}$
 $\frac{8^x}{9^x} = \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2}$
 $= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}}$
 $= \frac{4608A^3}{B^2}$

20. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때, $\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-\frac{25}{y^3}$
- ② $-\frac{25}{y^5}$
- ③ $-\frac{25}{y^7}$
- ④ $-\frac{30}{y^7}$
- ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면
(준식) $= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}}$
 $= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7}$

21. $(x-2y-1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} & (x-2y-1)(x-2y-1) \\ &= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 \end{aligned}$$

x^2 의 계수는 1, x 의 계수는 -2, 상수항은 1 이다.
따라서 $A=1, B=-2, C=1$ 이다.
 $\therefore A+B+C=1-2+1=0$

22. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -36

해설

$$\begin{aligned} \frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} &= \frac{x^n}{y^3} \\ \frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} &= \frac{x^6y^3}{x^m y^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m} \\ 6-m &= n, \quad 3-2m = -3 \\ -2m &= -6, \quad \therefore m = 3 \\ n &= 6-3 = 3, \quad \therefore n = 3 \\ (-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 &= 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn \\ m = 3, n = 3 \text{ 이므로, } -4mn &= -4 \times 3 \times 3 = -36 \end{aligned}$$

23. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d) \\ &= \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\} \\ &= (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

24. $(\frac{3}{4}x+2)^2 + 3a = bx^2 + cx + 8$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 abc 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & (\frac{3}{4}x)^2 + 2 \times \frac{3}{4}x \times 2 + 2^2 + 3a \\ &= \frac{9}{16}x^2 + 3x + 4 + 3a \\ 4 + 3a &= 8 \\ a &= \frac{4}{3}, \quad b = \frac{9}{16}, \quad c = 3 \\ \therefore abc &= \frac{4}{3} \times \frac{9}{16} \times 3 = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

25. $(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$ 일 때, $A - B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(2x - 1)(2x + A) = (-2x + 2)^2 + Bx$
 $4x^2 - 2x + 2Ax - A = 4x^2 - 8x + 4 + Bx$
 x 의 계수가 서로 같으므로 $-2 + 2A = -8 + B$,
 상수항이 서로 같으므로 $-A = 4$ 이다.
 따라서 $A = -4$, $B = -2$ 이므로 $A - B = -2$ 이다.

26. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
 ④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) \\
 &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\
 &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\
 &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\
 &= 1 - 25 = -24
 \end{aligned}$$