

단원테스트 클리닉

1. $\frac{z}{3} = \frac{(w+x)y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $w = \frac{2z}{3y} - x$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2z}{3y} &= (w+x) \\ \frac{2z}{3y} - x &= w \\ w &= \frac{2z}{3y} - x\end{aligned}$$

2. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(3x - 5y) : 7 = (x - y) : 2$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = -\frac{1}{3}x$

해설

$$\begin{aligned}7(x - y) &= 2(3x - 5y) \\ 7x - 7y &= 6x - 10y, \quad 3y = -x \quad \therefore y = -\frac{1}{3}x\end{aligned}$$

3. 어떤 식에 $-x^2 + 2x + 5$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $3x^2 + 3x + 2$ 가 되었다. 올바르게 계산한 식을 구하면?

[배점 4, 중중]

① $2x^2 + 5x + 7$

② $4x^2 + x - 3$

③ $4x^2 - x + 3$

④ $5x^2 + x + 2$

⑤ $5x^2 - x - 8$

해설

어떤 식을 A라하면

$$A + (-x^2 + 2x + 5) = 3x^2 + 3x + 2$$

$$A = (3x^2 + 3x + 2) - (-x^2 + 2x + 5) = 4x^2 + x - 3$$

$$\therefore (4x^2 + x - 3) - (-x^2 + 2x + 5)$$

$$= 5x^2 - x - 8$$

4. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 3^2 - 3 \times (-4) \\ &= 21\end{aligned}$$

5. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

6. $-3(x + 3)(x - 2) + \frac{1}{2}(x - 3)(x + 5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?
[배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$
④ 5 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & -3(x + 3)(x - 2) + \frac{1}{2}(x - 3)(x + 5) \\ &= -3(x^2 + x - 6) + \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 15) \\ &= -3x^2 - 3x + 18 + \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{15}{2} \\ &= -\frac{5}{2}x^2 - 2x + \frac{21}{2} \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

7. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?
[배점 5, 중상]

① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$
④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3$, $b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

8. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{3}{4} \\ \frac{a + b}{ab} &= \frac{3}{4} \\ \therefore 3ab &= 4(a + b) \\ (\text{준식}) &= \frac{5(a + b) - 3ab}{a + b} \\ &= \frac{5(a + b) - 4(a + b)}{a + b} \\ &= \frac{a + b}{a + b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

9. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

10. $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) = 2^a + b$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

$(2 - 1)$ 을 곱한다.

$2 - 1 = 1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$\begin{aligned} & (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \\ &= (2^8 - 1)(2^8 + 1) = 2^{16} - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

11. $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{2003} + (-1)^{2004}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① -2003

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2003

해설

$$\begin{aligned} & (-1) = -1, (-1)^2 = 1, (-1)^3 = -1, (-1)^4 = 1 \dots (-1)^{2003} = -1, (-1)^{2004} = 1 \\ & \therefore (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{2003} + (-1)^{2004} \\ &= (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots + (-1 + 1) + (-1 + 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

12. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} = -a - 11b$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

[배점 5, 중상]

① $-3b - 2a$

② $-b - 4a$

③ $b - 2a$

④ $2a + 3b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\boxed{}) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\boxed{} \\ &= -5a - 9b - 2\boxed{} = -a - 11b \\ &\therefore \boxed{} = b - 2a \end{aligned}$$

13. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x+a)(bx+6) = 10x^2+cx-54$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(5x+a)(bx+6) &= 5bx^2 + (30+ab)x + 6a \\ 5bx^2 + (30+ab)x + 6a &= 10x^2 + cx - 54 \\ 5b &= 10 \quad \therefore b = 2 \\ 6a &= -54 \quad \therefore a = -9 \\ 30+ab &= c, (30-18) = 12 \quad \therefore c = 12 \\ \therefore a+b+c &= -9+2+12 = 5\end{aligned}$$

14. $2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5$ 을 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① 6^8 ② 6^5 ③ 6^{15}
④ 23^{15} ⑤ 23^8

해설

$$2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5 = 2^8 \times 3^8 = 6^8$$

15. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$
④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

16. 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$4^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{16}\right)^2 = 2^{\square}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}4^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{16}\right)^2 &= 2^6 \times 2^{-4} \times 2^8 = 2^{10} \\ \therefore \square &= 10\end{aligned}$$

17. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$$

18. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때,
 abc 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 의 양변에 abc 를 곱하면
 $ab+bc+ca=abc$
 $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로
 $1 = \frac{3}{2} + 2(ab+bc+ca)$
 $\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$

19. $xyz \neq 0$, $xy=a$, $yz=b$, $zx=c$ 일 때, $x^2+y^2+z^2$
 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
 ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
 ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2=abc$ 이고
 $x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$
 $y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$
 $z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$
 $\therefore x^2+y^2+z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$

20. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\left| \begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix} \right| =$

$ad-bc$ 로 정의 한다.

이때, $\left| \begin{smallmatrix} -2x+y+1 & x-2y-4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right|$ 은?

[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$ ② $-\frac{1}{4}x + y$
 ③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$
 ⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$(-2x+y+1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x-2y-4) \times \left(\frac{1}{4}\right)$
 $= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right)$
 $= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1$
 $= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

21. $abc=1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$
 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$
 $= \frac{abc}{ab+a+1} + \frac{abc}{a(bc+b+1)} + \frac{abc}{ab(ca+c+1)}$
 $= \frac{abc}{ab+a+1} + \frac{abc}{ab} + \frac{a^2bc+abc+ab}{ab}$
 $= \frac{abc}{ab+a+1} + \frac{1}{1+ab+a} + \frac{1}{a+1+ab}$
 $= \frac{ab+a+1}{ab+a+1} = 1$

22. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② $\frac{a}{b}$
③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$
⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

23. $a : b = 2 : 3$ 이고, $\left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -3
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \square &= \left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) \\ &= \left(\frac{ab-1}{a}\right) \div \left(\frac{1-ab}{b}\right) \\ &= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{1-ab} \\ &= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{-(ab-1)} \\ &= -\frac{b}{a} \\ a : b = 2 : 3 \text{ 에서 } \frac{a}{b} &= \frac{2}{3} \text{ 이므로} \\ \square &= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

24. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \\ \text{따라서 11 } \text{자리} &\text{의 수이다.} \end{aligned}$$

25. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \\ \text{따라서 11 } \text{자리} &\text{의 수이다.} \end{aligned}$$

26. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리
의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리
④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$\begin{aligned} 3^x &= 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 4 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 5, y &= 6 \\ 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \\ \text{따라서 26 자리의 수이다.} \end{aligned}$$

27. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리
의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리
④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$\begin{aligned} 3^x &= 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 4 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 5, y &= 6 \\ 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \\ \text{따라서 26 자리의 수이다.} \end{aligned}$$

28. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$ 를 y 에 관한
식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $-5x+1$ ② $-5y-1$ ③ $-5y+2$
④ $5y+1$ ⑤ $-5y-2$

해설

$$\begin{aligned} 8x + 10y &= 3x - 5y \\ 5x &= -15y \quad \therefore x = -3y \\ \therefore (x+1) - 2y - 2 &= -3y - 2y - 1 = -5y - 1 \end{aligned}$$

29. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$
④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3, \frac{3}{x} &= \frac{1}{y} \text{ 이므로 } x = 3y \text{ 이다.} \\ \frac{x^2 - 2y^2}{xy} &= \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

30. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4, \frac{4}{x} = \frac{1}{y} \text{ 이므로 } x = 4y \text{ 이다.}$$

$$\frac{x^2 + 4y^2}{xy} = \frac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5$$

31. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$4^{50} - 4^{49} = (2^2)^{50} - (2^2)^{49}$$

$$= 2^{100} - 2^{98}$$

$$= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2$$

$$= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \times 2^{100}$$

32. $2^{10} \doteq 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5
④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \doteq 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \doteq 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

33. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$x_1 = 97 \text{ 이고, } x_1 \times x_2 = 2 \text{ 이고, } x_3 \times x_4 = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2 \times 4 = 8 \text{ 이다.}$$

34. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배 인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배

해설

$$(\text{원기둥 부피}) : a^2 \pi \times b = a^2 b \pi$$

$$(\text{원뿔의 부피}) : \frac{1}{3} b^2 \pi \times a = \frac{1}{3} a b^2 \pi$$

$$\frac{(\text{원기둥의 부피})}{(\text{원뿔의 부피})} = \frac{a^2 b \pi}{\frac{1}{3} a b^2 \pi} = \frac{3a}{b}$$

35. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ 3-p &= -2 \quad \therefore p=5 \\ 7-q &= 1 \quad \therefore q=6 \\ \therefore p+q &= 11 \end{aligned}$$

36. $(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $3ac + 3bd$ ② $4ac + 4bd$ ③ $5ad + 5bc$
④ $4ad - 4bc$ ⑤ $5ad - 5bc$

해설

$$\begin{aligned} &(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d) \\ &= \{(a+c) + (b-d)\}\{(a+c) - (b-d)\} + \{(b+d) + (a-c)\}\{(b+d) - (a-c)\} \\ &= (a+c)^2 - (b-d)^2 + (b+d)^2 - (a-c)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 - b^2 + 2bd - d^2 + b^2 + 2bd + d^2 - a^2 + 2ac - c^2 \\ &= 4ac + 4bd \end{aligned}$$

37. $\frac{3x^2-4x+1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더 했더니 $\frac{2x^2-7x+3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2-11x+4}{2}$ ② $\frac{5x^2-3x+2}{4}$
③ $\frac{10x^2-9x+1}{4}$ ④ $\frac{10x^2-21x+9}{4}$
⑤ $\frac{21x^2-9x+11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2-4x+1}{2} + A &= \frac{2x^2-7x+3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2-7x+3}{4} - \frac{3x^2-4x+1}{4} \\ &= \frac{2x^2-7x+3-3x^2+4x-1}{4} \\ &= \frac{-4x^2+x+2}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2-4x+1}{2} - \frac{-4x^2+x+2}{4} &= \frac{6x^2-8x+2}{4} - \frac{-4x^2+x+2}{4} \\ &= \frac{10x^2-9x+1}{4} \end{aligned}$$

38. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

39. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

40. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

41. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

42. $\left(\frac{3}{2}x + 4\right)^2 + 4a = bx^2 + cx + 19$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $(a+b)c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$
 ④ 18 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{2}x + 4\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}x \times 4 + 4^2 + 4a \\ &= \frac{9}{4}x^2 + 12x + 16 + 4a \\ & 16 + 4a = 19 \\ & a = \frac{3}{4}, b = \frac{9}{4}, c = 12 \\ & \therefore (a+b)c = \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) \times 12 = 36 \end{aligned}$$

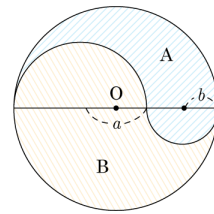
43. $[a, b] = (a+b)^2$ 일 때, $[2x, -3y] - 2 \times [-x, 2y]$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $2x^2 - 4xy - 2y^2$ ② $2x^2 - 4xy + 2y^2$
 ③ $2x^2 - 4xy + y^2$ ④ $2x^2 + 4xy + y^2$
 ⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y)^2 - 2 \times (-x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2) \\ &= 2x^2 - 4xy + y^2 \end{aligned}$$

44. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



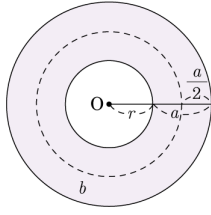
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(A 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 - a^2 + b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\ &= \pi(ab + b^2) \\ & \text{(B 의 넓이)} \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{(a+b)^2 + a^2 - b^2\} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\ &= \pi(ab + a^2) \\ & \therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\ &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b) \end{aligned}$$

45. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab \end{aligned}$$

46. $x = a(a+5)$ 일 때, $(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + 6$ ④ $x^2 + 36$
 ⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a+5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a-1)(a+2)(a+3)(a+6) \\ &= \{(a-1)(a+6)\} \{(a+2)(a+3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x-6)(x+6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

47. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} &7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ x \text{의 계수는 } &14a - 20 + b = 1 \\ &14a + b = 21 \\ &a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ \text{따라서 상수항은 } &7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{이다.} \end{aligned}$$

48. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} \text{양변을 전개하면} \\ 4(x^2 + Ax + x + A) &= 4(x^2 - 4x + 4) - B \\ \Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A &= 4x^2 - 16x + 16 - B \\ 4(A+1) &= -16 \\ A+1 &= -4 \\ \therefore A &= -5 \\ 4A = 16 - B \text{ 이므로 } -20 &= 16 - B, \\ \text{따라서 } B \text{의 값은 } &36 \text{이다.} \end{aligned}$$

49. x 에 관한 이차식을 $2x+5$ 로 나누면 몫이 $3x+4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은? [배점 5, 중상]

- ① $3x^2 + 12x + 1$ ② $3x^2 + 12x + 11$
 ③ $6x^2 + 23x + 20$ ④ $6x^2 + 27x + 20$
 ⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지)
 이므로
 (x 에 관한 이차식) = $(2x + 5) \times (3x + 4) + 1$
 $= 6x^2 + 23x + 21$

50. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?
 [배점 5, 중상]

- ① $4x^2 - 3y^2 - 1$
 ② $4x^2 - 9y^2 - 1$
 ③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$
 ④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$
 ⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$
 $= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\}$
 $= (2x)^2 - (3y - 1)^2$
 $= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1)$
 $= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

51. $a^2 = 12, b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$
 $= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2$
 $= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2$
 $= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18$
 $= 3 - 8 = -5$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx - 3$ 이 되었다.
 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)
 [배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$
 이므로 $A + B = C, AB = -3$ 이다. 따라서 $C = (1 - 3, -1 + 3, 3 - 1, -3 + 1) = (-2, 2)$ 이다.