

단원테스트 클리닉

1. $\frac{z}{3} = \frac{(w+x)y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $w = \frac{2z}{3y} - x$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2z}{3y} &= (w+x) \\ \frac{2z}{3y} - x &= w \\ w &= \frac{2z}{3y} - x\end{aligned}$$

2. $p = a(l + nr)$ 을 l 에 관한 식으로 나타내어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $l = \frac{p}{a} - nr$

해설

$$\begin{aligned}p &= a(l + nr) \\ \frac{p}{a} &= l + nr \\ \frac{p}{a} - nr &= l\end{aligned}$$

3. 어떤 다항식 A 에서 $-x^2 - 2x + 4$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $4x^2 + x - 3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

[배점 4, 중중]

- ① $2x^2 + x - 1$ ② $3x^2 - x + 1$
③ $4x^2 + x - 3$ ④ $5x^2 + 3x - 7$
⑤ $6x^2 + 5x - 11$

해설

$$\begin{aligned}A &= (4x^2 + x - 3) - (-x^2 - 2x + 4) \\ &= 4x^2 + x - 3 + x^2 + 2x - 4 \\ &= 5x^2 + 3x - 7\end{aligned}$$

4. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 72 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 9^2 - 3 \times 3 \\ &= 72\end{aligned}$$

5. $a + b = 6$, $ab = 8$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \text{ 이므로, } 6^2 - 2 \times 8 = \\ &= 36 - 16 = 20\end{aligned}$$

6. $(x-2)(x+k) = x^2 + ax + b$ 일 때, $2a+b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 2 ② -4 ③ -6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x+k) &= x^2 + (-2+k)x - 2k = x^2 + ax + b \\ a &= k-2, b = -2k \\ \therefore 2a+b &= 2(k-2) + (-2k) = 2k-4-2k = -4\end{aligned}$$

7. 다음 조건을 만족하는 a, b 에 대하여 $\frac{(-3a^2b^3)^2}{4a^5b^5}$ 의 값을 구하여라.

a 의 4배는 b 의 5배와 같다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{9}{5}$

해설

$$\begin{aligned}4a &= 5b \\ a &= \frac{5b}{4} \\ (\text{준식}) &= \frac{9a^4b^6}{4a^5b^5} = \frac{9b}{4a} = \frac{9b}{4 \times \frac{5b}{4}} = \frac{9b}{5b} = \frac{9}{5}\end{aligned}$$

8. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a-3ab+5b}{a+b}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{3}{4} \\ \frac{a+b}{ab} &= \frac{3}{4} \\ \therefore 3ab &= 4(a+b) \\ (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1\end{aligned}$$

9. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1004

해설

$$\begin{aligned}\frac{(1004-1)(1004+1) + 1}{1004} &= \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} \\ &= 1004\end{aligned}$$

10. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

11. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = xy$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a\star X = 6a^2b, Y\blacktriangle 3b = 54ab^4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$$\begin{aligned} & 2a\star X = 6a^2b \text{에서} \\ & (2a)X = 6a^2b \\ & \therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab \\ & Y\blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{에서} \\ & Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4 \\ & \therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2 \\ & \therefore 2a(X \div Y) = 2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right) = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

12. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = x^2y$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.
 $3a\star X = 12a^2b, Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$\begin{aligned} & 3a\star X = 12a^2b \text{에서} \\ & (3a)^2X = 12a^2b \\ & \therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b \\ & Y\blacktriangle 5b = 100ab^2 \\ & Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{에서} \\ & \therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a \\ & \therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b \end{aligned}$$

13. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x+a)(bx+6) = 10x^2+cx-54$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & (5x+a)(bx+6) = 5bx^2 + (30+ab)x + 6a \\ & 5bx^2 + (30+ab)x + 6a = 10x^2 + cx - 54 \\ & 5b = 10 \quad \therefore b = 2 \\ & 6a = -54 \quad \therefore a = -9 \\ & 30+ab = c, (30-18) = 12 \quad \therefore c = 12 \\ & \therefore a+b+c = -9+2+12 = 5 \end{aligned}$$

14. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5 \\ &= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \\ &= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7 \\ a &= 11, b = 3, c = 2 \\ \therefore a + b + c &= 11 + 3 + 2 = 16 \end{aligned}$$

15. $x^A \times x^5 = x^7$, $(x^3)^4 \div x^B = x^7$ 일 때, $A + B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} x^A \times x^5 &= x^7 \\ A + 5 &= 7 \quad \therefore A = 2 \\ (x^3)^4 \div x^B &= x^7 \\ x^{12} \div x^B &= x^7 \\ 12 - B &= 7 \quad \therefore B = 5 \\ \therefore A + B &= 2 + 5 = 7 \end{aligned}$$

16. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 2n + 1, 2n - 1 \text{ 은 홀수} \\ \therefore (\text{준식}) &= (-1) \times 1 \times (-1) = 1 \end{aligned}$$

17. $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, abc 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} &= 1 \text{ 의 양변에 } abc \text{ 를 곱하면} \\ ab + bc + ca &= abc \\ (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \text{ 이므로} \\ 1 &= \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca) \\ \therefore ab + bc + ca &= abc = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

18. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
 ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$ ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
 ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= abc \circ | \text{고} \\ x^2 &= \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b} \\ y^2 &= \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c} \\ z^2 &= \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a} \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \end{aligned}$$

19. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\left| \begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \right| =$

$ad - bc$ 로 정의 한다.

이때, $\left| \begin{array}{cc} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{array} \right|$ 은? [배점 5, 중상]

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$ ② $x - \frac{3}{2}y - 2$
 ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$ ④ $-x + \frac{5}{2}y$
 ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} &(x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

20. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-5x^2 - 20x - 22$ ② $-5x^2 + 20x - 34$
 ③ $2x^2 - x + 1$ ④ $2x^2 + 5x + 9$
 ⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned} (A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \circ | \text{므로} \\ &= (x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\ &= -5x^2 + 20x - 34 \end{aligned}$$

21. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

[배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{(c-a)(b-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

22. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

23. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

[배점 5, 중상]

① 2

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$

④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$

⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

24. $a : b = 1 : 2$ 이고, $\left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b &= 2a \\ \square &= \left(b + \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} + a\right) \\ &= \left(\frac{ab+1}{a}\right) \div \left(\frac{1+ab}{b}\right) \\ &= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

25. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 $\color{red}{\text{자리}}$ 의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x+2y+3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x+2y &= 3y+3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x=3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9 \\ \text{따라서 } 11 \text{ } \color{red}{\text{자리}} \text{ 의 수이다.} \end{aligned}$$

26. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^3 \times 4^{-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

27. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 **자리**의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 **자리** ② 12 **자리** ③ 17 **자리**

④ 20 **자리** ⑤ 26 **자리**

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 **자리**의 수이다.

28. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

29. $\frac{3x+4y}{2x-3y} = \frac{1}{3}$ 일 때, $(x-1) - y + 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $5x$ ② $7x$ ③ $9x$

④ $\frac{21}{5}x$ ⑤ $\frac{22}{15}x$

해설

$$9x + 12y = 2x - 3y$$

$$7x = -15y \therefore y = -\frac{7}{15}x$$

$$\therefore (x-1) - y + 1 = x - y = x - \left(-\frac{7}{15}x\right) = \frac{22}{15}x$$

30. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5개이다.

31. $8^x = 27$ 일 때, $\frac{2^{2x}}{2^{3x} + 2^x}$ 의 값을 $\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$8^x = (2^3)^x = 2^{3x} = 27$$

따라서 $2^x = 3$ 이고, $2^{2x} = (2^x)^2 = 3^2 = 9$ 이다.

$$\therefore \frac{2^{2x}}{2^x} = \frac{9}{3} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \frac{2^{2x}}{2^{3x} + 2^x} = \frac{9}{27 + 3} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore a + b = 3 + 10 = 13$$

32. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면? [배점 5, 중상]

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$

② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$

③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$

④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{ 이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

$$3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$$

$$= 6b^3 - 12ab^2 + 3$$

양변을 3으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

33. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

[배점 5, 중상]

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

34. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{4606}{B^2} A^3$ ② $\frac{4607}{B^2} A^3$ ③ $\frac{4608}{B^2} A^3$
 ④ $\frac{4609}{B^2} A^3$ ⑤ $\frac{4610}{B^2} A^3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A \\ B &= 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3} \\ \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{B^2} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

35. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때, $\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-\frac{25}{y^3}$ ② $-\frac{25}{y^5}$ ③ $-\frac{25}{y^7}$
 ④ $-\frac{30}{y^7}$ ⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7} \end{aligned}$$

36. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\begin{aligned} (4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) &= ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \text{ 라 하면} \\ \text{항등식이므로 양변에 } x = 1 \text{ 을 대입하면} \\ (4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) &= a + b + c + d + e + f \\ \therefore a + b + c + d + e + f &= 45 \end{aligned}$$

37. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
 ④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} &(a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d) \\ &= \{(b + c) + (a - d)\}\{(b + c) - (a - d)\} + \{(a + d) + (b - c)\}\{(a + d) - (b - c)\} \\ &= (b + c)^2 - (a - d)^2 + (a + d)^2 - (b - c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

38. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더 했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$ ② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
 ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$ ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
 ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4} \end{aligned}$$

39. $(3x + ay - 2)(2x - y + 4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

40. $(3x + ay - 2)(2x - y + 4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8 \\ = 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8 \\ 6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 10 \\ 5a + 13 = 8 \\ \therefore a = -1 \end{aligned}$$

41. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a-4)xy - 2ay^2 + (3a+10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a-4) - 2a + (3a+10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

42. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15 \\ = 2x^2 + x + (a-4)xy - 2ay^2 + (3a+10)y - 15 \\ 2 + 1 + (a-4) - 2a + (3a+10) = 5 \\ 2a + 9 = 5 \\ \therefore a = -2 \end{aligned}$$

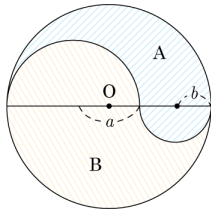
43. $\left(\frac{3}{2}x+4\right)^2 + 4a = bx^2 + cx + 19$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $(a+b)c$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$
④ 18 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}x \times 4 + 4^2 + 4a \\ = \frac{9}{4}x^2 + 12x + 16 + 4a \\ 16 + 4a = 19 \\ a = \frac{3}{4}, b = \frac{9}{4}, c = 12 \\ \therefore (a+b)c = \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) \times 12 = 36 \end{aligned}$$

44. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



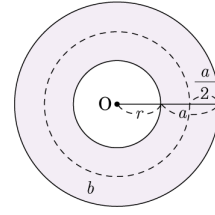
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

45. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned}
 b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\
 & \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\
 S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\
 &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab
 \end{aligned}$$

46. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

[배점 5, 중상]

- ① -28 ② -10 ③ 4
 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}
 & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\
 &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\
 & x \text{ 의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\
 & 14a + b = 21 \\
 & a = 1, b = 7 (\because a, b \text{ 는 자연수}) \\
 & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

47. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

양변을 전개하면

$$\begin{aligned} 4(x^2 + Ax + x + A) &= 4(x^2 - 4x + 4) - B \\ \Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A &= 4x^2 - 16x + 16 - B \\ 4(A+1) &= -16 \\ A+1 &= -4 \\ \therefore A &= -5 \\ 4A &= 16 - B \text{ 이므로 } -20 = 16 - B, \\ \text{따라서 } B \text{ 의 값은 } 36 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

48. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① $(3x - \frac{5}{2}y)^2$ ② $(\frac{5}{2}y - 3x)^2$
 ③ $-(-\frac{5}{2}y + 3x)^2$ ④ $\left\{-(3x - \frac{5}{2}y)\right\}^2$
 ⑤ $(3x + \frac{5}{2}y)^2 - 30xy$

해설

$$\begin{aligned} \text{①, ②, ④, ⑤ : } &9x^2 - 15x + \frac{25}{4}y^2 \\ \text{③ : } &-9x^2 + 15x - \frac{25}{4}y^2 \end{aligned}$$

49. $(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (2x-1)(2x+A) &= (-2x+2)^2 + Bx \\ 4x^2 - 2x + 2Ax - A &= 4x^2 - 8x + 4 + Bx \\ x \text{ 의 계수가 서로 같으므로 } -2 + 2A &= -8 + B, \\ \text{상수항이 서로 같으므로 } -A &= 4 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } A = -4, B = -2 \text{ 이므로 } A - B &= -2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

50. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
 ④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24 \end{aligned}$$

51. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5 \end{aligned}$$

52. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다.
다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A , B , C 는 정수이다.)
[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} (x+A)(x+B) &= x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3 \\ \text{이므로 } A+B &= C, AB = -3 \text{ 이다. 따라서 } C = \\ (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) &= (-2, 2) \text{ 이다.} \end{aligned}$$