단원테스트 1차

1. 자연수 n 에 대하여, 다음 식을 계산하면 얼마인가?

$$1^{2n}+(-1)^{2n}+1^{4n}+(-1)^{4n}+1^{6n}+(-1)^{6n}$$

[배점 5, 중상]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$1^n=1$, $(-1)^{2n}=\left\{(-1)^2\right\}^n=1^n=1$ 이므로,
$1^{2n}+(-1)^{2n}+1^{4n}+(-1)^{4n}+1^{6n}+(-1)^{6n}=1+1+1+1+1+1=6$ 이다.

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$ 일 때, $\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3,\ \frac{a+b}{ab}=3$
$\therefore\ 3ab=a+b$
$\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}=\frac{3ab+3ab}{3ab-ab}$
$=\frac{6ab}{2ab}$
$=3$

3. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다.
( ) 에 알맞은 수는?

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63}=2^{(\ )}$

[배점 5, 중상]

① 126 ② 127 ③ 128
④ 129 ⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.
$(\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)
$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$
$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$
$=2^{127}-2^{63}$
따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\ )}$ 이므로
$\therefore\ 2^{(\ )}=2^{127}$ $\therefore\ (\ )=127$

4. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5) = 6x^2+cx-10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$(3x+a)(bx+5) = 3bx^2 + (15+ab)x + 5a$

$3bx^2 + (15+ab)x + 5a = 6x^2 + cx - 10$

$3b = 6 \quad \therefore\ b = 2$

$5a = -10 \quad \therefore\ a = -2$

$15 + ab = c,\ 15 + (-2) \times 2 = 15 - 4 = 11$

$\therefore\ c = 11$

$\therefore\ a+b+c = (-2) + 2 + 11 = 11$

5. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 이다. $x+y+z$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

$x = 8,\ y = 4,\ z = 2$

$\therefore\ x+y+z = 8+4+2 = 14$

6. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 = 2^9 \times 5^{12}$

$= 2^9 \times 5^9 \times 5^3$

$= 10^9 \times 125$

따라서 12 자리의 수이다.

7. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 1 ② 0 ③ −1 ④ 2 ⑤ −2

해설

$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 에서

$b + \frac{6}{c} = 2$ 를 b 에 관한 식으로 풀면

$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$

$c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 를 a 에 관한 식으로 풀면

$-\frac{1}{a} = 3 - c$

$\frac{1}{a} = c - 3$

$a = \frac{1}{c-3}$

$\therefore\ abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

① $-3x^2 - 16x - 22$ ② $-3x^2 - 16x + 22$
③ $2x^2 - 14x + 21$ ④ $2x^2 - 15x + 22$
⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$(A * B) * B = (A - 2B) - 2B = A - 4B$ 이므로
$(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5)$
$= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20$
$= -3x^2 - 16x + 22$

9. $abc = -1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a-1} + \frac{b}{bc+b+1} - \frac{c}{ca-c-1}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{ab+a-1} + \frac{b}{bc+b+1} - \frac{c}{ca-c-1}$$
$$= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{a(bc+b+1)} - \frac{abc}{ab(ca-c-1)}$$
$$= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{abc+ab+a} - \frac{-1}{a^2bc-abc-ab}$$
$$= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{-1+ab+a} - \frac{1}{a-1+ab}$$
$$= \frac{a+ab-1}{ab+a-1} = 1$$

10. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)}$ 을 간단히 하면? (단, $x > y$) [배점 5, 중상]

① 2 ② $\frac{a}{b}$ ③ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2}$
④ $\frac{b^{2x}}{a^2}$ ⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2}$

해설

$$a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)} = a^{2x-2}b^{2-2x}$$
$$= \frac{a^{2x-2}}{b^{2x-2}}$$
$$= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2}$$

11. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수) [배점 5, 중상]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, $\cdots$
$\therefore\ x = 4k_1,\ y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)
$81^x \div 9^y = 3^{4x-2y}$
$= 3^{16k_1-8k_2+6}$
$= 3^{2(8k_1-4k_2+3)}$
$= 9^{8k_1-4k_2+3}$
9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, $\cdots$
k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1$, $4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

12. $\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{\left(-\frac{y^2}{6x}\right)^2 \times 8\left(\frac{-3x^2}{y^2}\right)^2\right\} = \frac{y^3}{14}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{\left(-\frac{y^2}{6x}\right)^2 \times 8\left(\frac{-3x^2}{y^2}\right)^2\right\} = \frac{y^3}{14}$

$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \div \left\{\left(\frac{y^4}{36x^2}\right) \times \left(\frac{72x^4}{y^4}\right)\right\} = \frac{y^3}{14}$

$\frac{4x^2y^3}{7} \times \square \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$

$\square \times \frac{4x^2y^3}{7} \times \frac{1}{2x^2} = \frac{y^3}{14}$

$\square \times \frac{2y^3}{7} = \frac{y^3}{14}$

$\therefore \square = \frac{y^3}{14} \times \frac{7}{2y^3} = \frac{1}{4}$

13. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$을 만족하는 식 C를 구하면? [배점 5, 중상]

① $C = ab$ ② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$ ④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B를 정리하면

$A = 3ab^3 - 2ab^2$, $B = 4ab^2 - 1$이다.

$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$에서

$A - B - 2C = 3ab^3 + 1$이고,

$2C = A - B - 3ab^3 - 1$

$2C = 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1$

$= -6ab^2$

양변을 2로 나누면

$C = -3ab^2$ 이다.

14. $2^n = A$, $3^n = B$ 일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$ 을 A, B 에 관한 식으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $-\frac{B^3}{A^3}$ ② $-\frac{B^4}{A^2}$ ③ $\frac{B^2}{A^3}$
④ $\frac{B^4}{A^2}$ ⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2\times 3)^n \\ &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\ &= \frac{3^{3n}}{2^{2n} \times 2^n \times 3^n} \\ &= \frac{3^{3n-n}}{2^{2n+n}} \\ &= \frac{3^{2n}}{2^{3n}} \\ &= \frac{(3^n)^2}{(2^n)^3} \\ &= \frac{B^2}{A^3}\end{aligned}$$

15. $\frac{5a-3b}{3} - \frac{3a+5b}{4} = 2a - b$ 를 a 에 관하여 풀면? [배점 5, 중상]

① $a = 3b$ ② $a = -3b$ ③ $a = \frac{1}{3}b$
④ $a = \frac{3}{b}$ ⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a - b$$
$$4(5a-3b) + 3(3a+5b) = 24a - 12b$$
$$5a = -15b$$
$$\therefore\ a = -3b$$

16. $(2x-y+1)^2$ 을 전개하였을 때 xy 의 계수를 A , x 의 계수를 B 라 할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}&(2x-y+1)(2x-y+1) \\ &= 4x^2 - 2xy + 2x - 2xy + y^2 - y + 2x - y + 1 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y + 1\end{aligned}$$

xy 의 계수는 -4 이고, x 의 계수는 4 이다.
따라서 $A = -4$, $B = 4$ 이다.
$A + B = 0$

17. 등식 $(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$$
$$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$$
$A + 2 = 1$, $4 - B = 1$, $C = -4$
$A = -1$, $B = 3$, $C = -4$ 이므로
$A + B + C = -1 + 3 - 4 = -2$ 가 된다.

18. $(3x-2y+4z)(2x-3y-z)$를 전개하였을 때, xy의 계수를 A , xz의 계수를 B라 할 때, $A+B$의 값은?

[배점 5, 중상]

① -8 ② -13 ③ -18

④ 5 ⑤ 8

해설

$(3x-2y+4z)(2x-3y-z)$에서

xy의 계수: $3x\times(-3y)+(-2y)\times 2x = -13xy\cdots$ $\therefore A=-13$

xz의 계수: $3x\times(-z)+4z\times 2x = 5xz\cdots$ $\therefore B=5$

$\therefore A+B=-8$

19. 민수는 $(x-3)(x+6)$을 전개하는데 6 을 A로 잘못 보아 x^2+x+B로 전개하였다. 또, $(4x+2)(x-2)$를 전개하는데 x 의 계수 4를 잘못 보아서 Cx^2-4x-4로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$의 값은?

[배점 5, 중상]

① -11 ② -7 ③ -5

④ 1 ⑤ 5

해설

$(x-3)(x+A)=x^2+x+B$이므로

$A+(-3)=1,\ -3A=B$

$\therefore A=4, B=-12$

x의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 D라 하면

$(Dx+2)(x-2)=Cx^2-4x-4$이므로

$D=3,\ C=3$

$\therefore A+B+C=-5$

20. 학성이는 $(x+2)(x-5)$를 전개하는데 -5를 A로 잘못 보아 x^2+7x+B로 전개하였다. 또, $(2x-1)(x+3)$을 전개하는데 x의 계수 2를 잘못 보아서 Cx^2-7x-3으로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$의 값은?

[배점 5, 중상]

① 5 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 21

해설

$(x+2)(x+A)=x^2+7x+B$이므로

$A+2=7,\ 2A=B$

$\therefore A=5,\ B=10$

x의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 D라 하면

$(Dx-1)(x+3)=Cx^2-7x-3$이므로

$D=-2,\ C=-2$

$\therefore A+B+C=13$

21. $\frac{2x^2-5x+4}{3}$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $\frac{x^2-19x+5}{6}$ 가 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{x^2-24x+5}{6}$ ② $\frac{3x^2-2x+5}{6}$
③ $\frac{7x^2-x+5}{6}$ ④ $\frac{7x^2-x+9}{6}$
⑤ $\frac{7x^2-x+11}{6}$

해설

어떤 식을 A라 하면 $\frac{2x^2-5x+4}{3} - A = \frac{x^2-19x+5}{6}$

$\therefore A = \frac{2x^2-5x+4}{3} - \frac{x^2-19x+5}{6}$

$= \frac{4x^2-10x+8}{6} - \frac{x^2-19x+5}{6}$

$= \frac{3x^2+9x+3}{6}$

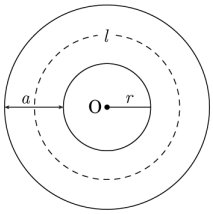
따라서 바르게 계산하면

$\frac{2x^2-5x+4}{3} + \frac{3x^2+9x+3}{6}$

$= \frac{4x^2-10x+8}{6} + \frac{3x^2+9x+3}{6}$

$= \frac{7x^2-x+11}{6}$

22. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



[배점 5, 중상]

① $S = a + l$ ② $S = a - l$
③ $S = -a + l$ ④ $S = al$
⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$l = (a+2r)\pi$

$S = (a+r)^2\pi - \pi r^2$

$= (a^2+2ar+r^2)\pi - \pi r^2$

$= (a^2+2ar)\pi$

$\therefore S = a(a+2r)\pi = al$

23. $x+y=3$, $xy=2$ 일 때, x^4+y^4 의 값은? [배점 5, 중상]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 3^2 - 2\times 2 = 5$

$\therefore x^4+y^4 = (x^2+y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2\times 4 = 17$

24. 상수 A, B, C 에 대하여 $(3x-A)^2 = 9x^2 + Bx + C$ 이고 $B = -3A - 9$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

① -12 ② -6 ③ -2

④ 0 ⑤ 2

해설

$(3x-A)^2 = 9x^2 - 6Ax + A^2 = 9x^2 + Bx + C$

$-6A = B$ 이므로

$-6A = -3A - 9$

$\therefore A = 3$

$B = -3 \times 3 - 9 = -18$

$C = A^2 = 9$

$\therefore\ A + B + C = 3 - 18 + 9 = -6$

25. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

[배점 5, 중상]

① $3a^2 - 2b^2 - 1$ ② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$ ④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$

$= \{3a - (2b - 1)\}\{3a + (2b - 1)\}$

$= (3a)^2 - (2b - 1)^2$

$= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1)$

$= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

26. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

[배점 5, 중상]

① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx+8$ 이므로 $A + B = C$, $AB = 8$ 이다.

따라서 $C = (1 + 8,\ 2 + 4, -1 - 8,\ -2 - 4) = (9,\ 6,\ -9,\ -6)$ 이다.