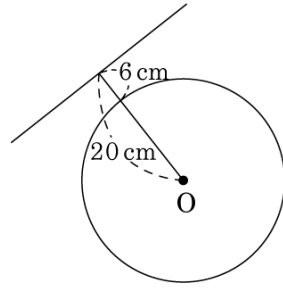


확인학습문제

1. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리가 20cm 일 때, 이 직선을 원과 접하도록 하려면 6cm 를 움직이면 된다고 한다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

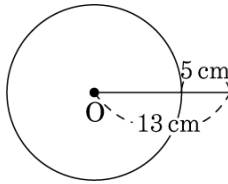
▶ 답:

▶ 정답: 14cm

해설

원의 중심과 직선사이의 거리가 같을 때 접하므로 $20 - 6 = 14$, 따라서 14cm 이다.

2. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리가 13cm 일 때, 이 직선을 원과 접하도록 하려면 5cm 를 움직이면 된다고 한다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8cm

해설

원의 중심과 직선사이의 거리가 같을 때 접하므로 $13 - 5 = 8$, 따라서 8cm 이다.

3. 반지름의 길이가 r 인 원의 중심 O 와 직선 l 사이의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 원 O 와 직선 l 이 두 점에서 만나는 경우는? [배점 2, 하중]

① $d = 4, r = 6$

② $d = 5, r = 5$

③ $d = 7, r = 3$

④ $d = 9, r = 8$

⑤ $d = 10, r = 5$

해설

$0 \leq d < r$ 일 때, 두 점에서 만난다. $4 < 6$ 이므로 ① 이다.

4. 반지름의 길이가 r 인 원의 중심 O 와 직선 l 사이의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 원 O 와 직선 l 이 만나지 않는 경우는? [배점 2, 하중]

① $d = 6, r = 6$

② $d = 5, r = 6$

③ $d = 7, r = 8$

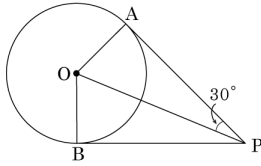
④ $d = 8, r = 7$

⑤ $d = 9, r = 9$

해설

$d > r$ 일 때 만나지 않는다. $8 < 7$ 이므로 ④ 이다.

5. $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\angle OPA = 30^\circ$ 다.
 $\angle AOB$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 60° ② 80° ③ 100°
 ④ 120° ⑤ 140°

해설

$\triangle OAP$ 와 $\triangle OBP$ 에서
 점 A 와 점 B 가 접점이므로
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ ①
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ②
 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ③
 ①, ②, ③에서 $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$ (SAS 합동)
 따라서 $\angle AOP = \angle BOP = 60^\circ$
 $\therefore \angle AOB = 120^\circ$ 이다.

6. 반지름의 길이 r 이 7cm 인 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리를 d 라 할 때, 다음 중 직선 l 이 원 O 와 두 점에서 만나게 되는 d 의 값의 범위는?

[배점 3, 하상]

- ① $0 \leq d < 7$ ② $0 < d \leq 7$ ③ $0 < d < 7$
 ④ $0 \leq d \leq 7$ ⑤ $d = 7$

해설

i) $d < r$ 이면 두 점에서 만난다.
 ii) $d > r$ 이면 만나지 않는다.
 iii) $d = r$ 이면 한 점에서 만난다.
 두 점에서 만나게 되는 d 의 범위는 $0 \leq d < 7$

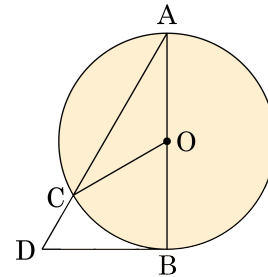
7. 반지름의 길이가 5cm 인 원의 중심에서 직선까지의 거리가 다음과 같을 때, 원과 직선이 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 하상]

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
 ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

두 점에서 만나려면 $0 \leq d < r$ 을 만족해야 한다.
 $r = 5$ 이므로 만족하는 것은 $d = 4$ 뿐이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BOC = \frac{1}{3}\angle BOA$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



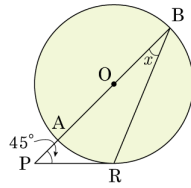
[배점 3, 하상]

- ① 30° ② 45° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle AOB = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 60^\circ$, $\angle AOC = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$
 $\therefore \angle ADB = 60^\circ$

9. 다음 그림과 같이 직선 PB, PR 는 각각 원 O의 할선과 접선이고 $\angle P = 45^\circ$ 일 때, $\angle B = x$ 이다. x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22.5°

해설

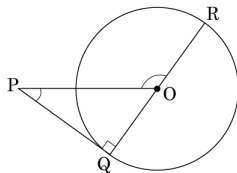
$\angle OBR = \angle ORB = x$ ($\because$ 이등변삼각형)

$\angle POR = 45^\circ$

$45^\circ = \angle x + \angle x$

$\therefore \angle x = 22.5^\circ$

10. 다음 그림에서 직선 PQ 는 원 O의 접선이다. $\overline{QR}$ 이 원 O의 지름이고, $\angle POR = 130^\circ$ 일 때, $\angle OPQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

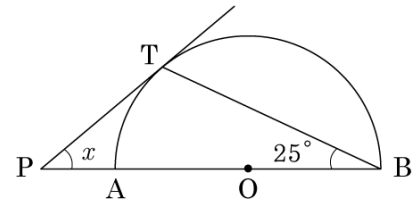
▶ 정답 : 40°

해설

$\angle POQ = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle OPQ = 180^\circ - \angle POQ - \angle OQP = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 반원 O의 접선이고 $\angle ABT = 25^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① 20°

② 30°

③ 40°

④ 50°

⑤ 60°

해설

선분 OT를 그으면

$\overline{OT} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OTB = 25^\circ$

$\angle POT = 50^\circ$

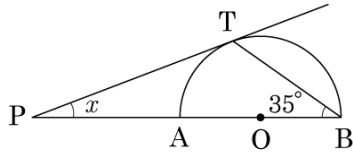
$\overrightarrow{PT}$ 가 원 O의 접선이므로

$\angle PTO = 90^\circ$

$\triangle PTO$ 에서

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

12. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\angle ABT = 35^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20°

해설

$\overrightarrow{PT}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{OT}$ 를 그으면 $\angle PTO = 90^\circ$

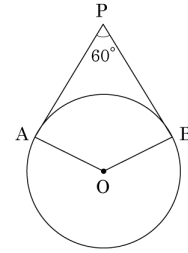
$\overline{OT} = \overline{OB}$ 이므로

$\angle OBT = \angle OTB = 35^\circ$

$\angle POT = 70^\circ$

$\triangle POT$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$

13. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다. $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① 100°

② 110°

③ 120°

④ 130°

⑤ 140°

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

사각형 $APBO$ 에서

$\therefore \angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$

14. 반지름의 길이가 r 인 원 O 와 직선 l 이 있다. 다음 중 직선 l 이 원 O 의 할선이 될 수 없는 것은?

[배점 3, 중하]

① $r = 3, d = 2$

② $r = 7, d = 4$

③ $r = 2, d = 4$

④ $r = 5, d = 3$

⑤ $r = 3, d = 0$

해설

직선 l 이 원 O 의 할선이 되려면 두 점에서 만나야 하므로 $r > d$ 이다. $r = 2, d = 4$ 이면 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

15. 반지름의 길이가 10cm 인 원의 중심에서 이 원의 접선까지의 거리를 구하여라. [배점 3, 중하]

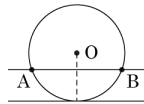
▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

원의 중심에서 접선까지의 거리는 반지름의 길이와 같다.

16. 다음 그림에서 원의 중심과 할선 AB까지의 거리가 5cm 이고 할선과 접선까지의 거리가 10cm 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

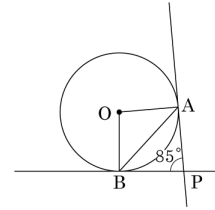
▶ 답 :

▷ 정답 : 15 cm

해설

원의 중심으로부터 접선까지의 길이가 반지름의 길이이므로 원 O의 반지름의 길이는 $5 + 10 = 15(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이고 두 점 A, B는 그 접점이다. 두 접점 A, B를 지나는 할선을 그었을 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

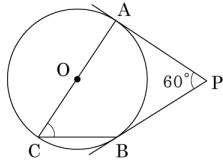
▶ 답 :

▷ 정답 : 47.5°

해설

사각형 내의 네 각의 합은 360° 이므로 $\angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 85^\circ = 95^\circ$ 이다. 선분 AO와 BO는 원의 반지름으로 길이가 같기 때문에 삼각형 AOB는 이등변삼각형으로 $\angle OAB = 42.5^\circ$ 이다. 따라서 $\angle PAB = 90^\circ - 42.5^\circ = 47.5^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 두 점 A, B 에서의 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 지름이다. $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

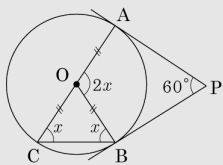


[배점 4, 중중]

- ① 50° ② 55° ③ 60°
 ④ 65° ⑤ 70°

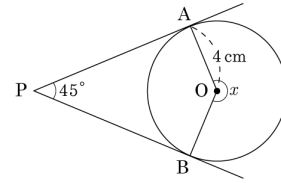
해설

그림에서 원의 중심 O 와 점 B 를 이으면,



□AOBP 에서 내각의 합은 360° 이므로,
 $\angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\angle ACB = x$ 라 할 때, $\angle ACB = \angle OCB = x$
 $\triangle OCB$ 의 외각의 성질에 의하여
 $2x = 120^\circ$
 $\therefore \angle x = 60^\circ$

19. 다음 그림에서 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이다. $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 225°

해설

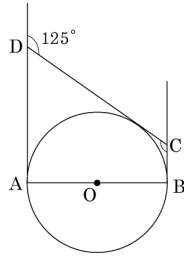
접선 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 와 원 O 가 만나 생기는 각의 크기는 90° 이다.

$$\angle P + \angle AOB = 180^\circ$$

$$\angle AOB = 135^\circ$$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

20. 다음 그림과 같이 두 직선 AD, BC가 원 O의 접선일 때, $\angle DCB$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 110° ② 115° ③ 120°
☒ ④ 125° ⑤ 130°

해설

$\angle ADC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$
 $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이다.
 $\square ABCD$ 의 내각의 합이 360° 이므로
 $\angle D = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ 이다.

21. 반지름의 길이가 4인 원 O와 직선 ℓ 의 위치관계에서 d 가 원과 직선사이의 거리일 때, $a \leq d < b$ 이면 직선 ℓ 이 할선이이고, $d > c$ 이면 원과 직선이 만나지 않는다고 한다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

원의 반지름을 r 이라 하면
 할선일 때 $0 \leq d < r$
 원과 직선이 만나지 않을 때 $r < d$ 이므로
 $a = 0$, $b = 4$, $c = 4$ 따라서 $a + b + c = 8$ 이다.

22. 반지름의 길이가 r 인 원 O의 중심에서 같은 평면위의 직선 ℓ 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음에서 ℓ 이 할선이 되는 경우는? [배점 4, 중중]

- ☒ ① $r = 4$, $d = 3$ ② $r = 4$, $d = 4$
 ③ $r = 6$, $d = 8$ ④ $r = 5$, $d = 6$
 ⑤ $r = 10$, $d = 10$

해설

할선이 되는 경우는 원과 두 점에서 만날 경우이므로 직선 ℓ 에 이르는 거리 d 의 범위는 $0 \leq d < r$
 ① $r = 4$, $d = 3$, $0 \leq d < r$ 이므로 할선

23. 반지름이 r cm인 원 O의 중심에서 직선 ℓ 까지의 거리가 d cm일 때, 다음 중 직선 ℓ 과 원 O가 한 점에서 만나는 경우는?

보기

- ㉠ $r = 5$, $d = 8$ ㉡ $r = 1$, $d = 1$
 ㉢ $r = 6$, $d = 0$ ㉣ $r = 5$, $d = 5$
 ㉤ $r = 8$, $d = 12$

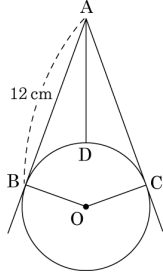
[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ☒ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$d = r$ 일 때 직선 ℓ 은 접선이고 직선과 원이 한 점에서 만난다.
 ㉡. $1 = 1$ 이므로 접선이다.
 ㉣. $5 = 5$ 이므로 접선이다.

24. 두 반직선 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 가 원 O 위의 접선이고, $\square ABOC$ 의 넓이가 60cm^2 이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고 선분 $\overline{AD}$ 의 연장선상에 점 O가 있을 때, 점 A와 원의 중심 사이의 거리는?

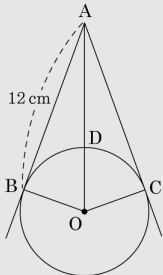


[배점 5, 중상]

- ① 5cm ② 8cm ③ 12cm
 ④ 13cm ⑤ 17cm

해설

점 A와 원의 원점 O을 이으면,



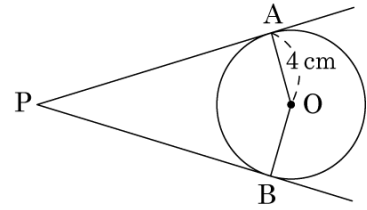
$\triangle ABO \equiv \triangle ACO$ 이므로, $\triangle ABO$ 와 $\triangle ACO$ 의 넓이는 같다.

따라서 $\triangle ABO$ 의 넓이는 30cm^2 이고, 원의 반지름을 r 이라 할 때, $r = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$, $\triangle APO$ 의 넓이는 $12 \times r \times \frac{1}{2} = 30$

$$\therefore r = 5(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AO} = \overline{AD} + \overline{DO} = 8 + 5 = 13(\text{cm})$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이고, $\square APBO = 72\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 9cm ② 12cm ③ 15cm
 ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

$\overline{PO}$ 를 그으면

$$\overline{OA} = \overline{OB}, \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로, $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (SAS합동)

$$\square APBO = 2\triangle PAO$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{PA} \times 4 \right)$$

$$= 72$$

$$\therefore \overline{PA} = 18\text{cm}$$