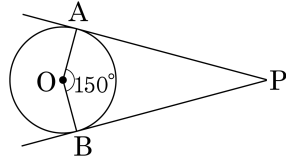


확인학습문제

1. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이고 $\angle AOB = 150^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

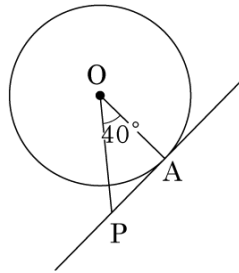
▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

사각형의 네 내각의 합은 360° 이고 $\angle A$ 와 $\angle B$ 는 90° 이므로 $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 $\angle POA = 40^\circ$ 일 때, $\angle APO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

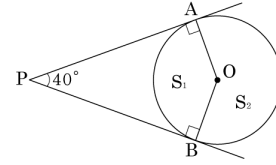
▶ 답 :

▶ 정답 : 50°

해설

각 A는 90° 이므로 $180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$

3. 다음 그림에서 반직선 PA, PB는 원 O의 접선이고, 점 A, B는 접점이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다. $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 의하여 나누어지는 원 O의 두 부분의 넓이를 S_1, S_2 라고 할 때, 두 부채꼴의 넓이 $S_1 : S_2$ 는?



[배점 3, 하상]

① 3 : 5

② 4 : 7

③ 5 : 9

④ 7 : 11

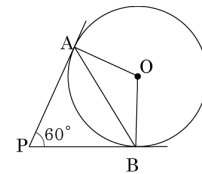
⑤ 7 : 13

해설

$$\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $S_1 : S_2 = 140^\circ : 220^\circ = 7 : 11$ 이다.

4. 다음 그림에서 반직선 PA, PB는 원 O의 접선이다. 이 때, $\angle ABP$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 25°

② 30°

③ 50°

④ 60°

⑤ 75°

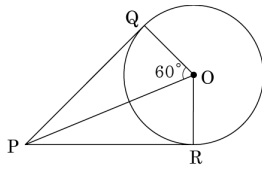
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 (접선의 길이는 같으므로)

$\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle PBA = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ \text{ 이다.}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\angle QPR$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

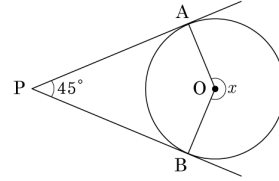
▶ 답 :

▶ 정답 : 60°

해설

$\triangle OQP$ 와 $\triangle ORP$ 에서
 점 Q 와 점 R 가 접점이므로
 $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ ①
 $\overline{OQ} = \overline{OR}$ ②
 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ ③
 ①, ②, ③에서 $\triangle OQP \equiv \triangle ORP$ (SAS 합동)
 따라서 $\angle OPQ = \angle OPR = 30^\circ$
 $\therefore \angle QPR = 60^\circ$

6. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다. $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 195° ② 205° ③ 215°

- ④ 225° ⑤ 235°

해설

접선 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 와 원 O 가 만나 생기는 각의 크기는 90° 이다.
 $\therefore \angle P + \angle AOB = 180^\circ$
 $\therefore \angle AOB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle x$ 는 $360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$ 이다.

7. 반지름의 길이가 3 인 원의 중심 O 와 직선 ℓ 사이의 거리를 d 라 할 때, 직선 ℓ 이 원 O 와 한 점에서 만나게 되는 경우는? [배점 3, 하상]

- ① $d = 3$ ② $d = 4$ ③ $d = 5$
 ④ $d = 6$ ⑤ $d = 0$

해설

i) $d < r$ 이면 두 점에서 만난다.
 ii) $d > r$ 이면 만나지 않는다.
 iii) $d = r$ 이면 한 점에서 만난다.
 $\therefore d = 3$

8. 지름의 길이가 8 인 원의 중심에서 접선까지의 거리를 구하여라. [배점 3, 하상]

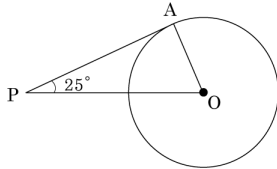
▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

원의 반지름의 길이가 $\frac{8}{2} = 4$ 이므로 원의 중심에서 접선까지의 거리를 d 라 하면 $d = 4$ 이다.

9. 다음 그림에서 직선 PA 는 원 O 의 접선이다. $\angle POA$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

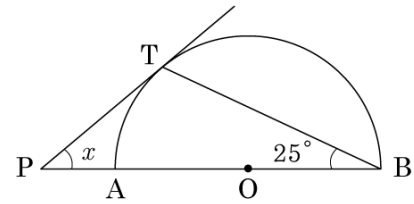
- ① 35° ② 45° ③ 55°
 ④ 65° ⑤ 75°

해설

$$\angle PAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle POA = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

10. 다음 그림에서 $\vec{PT}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\angle ABT = 25^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

- ① 20° ② 30° ③ 40°
 ④ 50° ⑤ 60°

해설

선분 OT 를 그으면

$$\overline{OT} = \overline{OB} \text{ 이므로 } \angle OTB = 25^\circ$$

$$\angle POT = 50^\circ$$

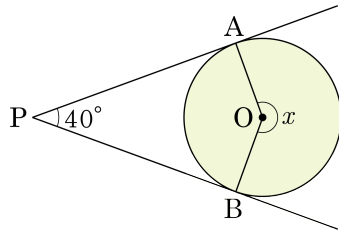
$\vec{PT}$ 가 원 O 의 접선이므로

$$\angle PTO = 90^\circ$$

$\triangle PTO$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$$

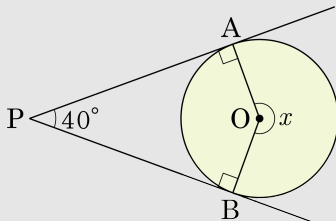
11. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O의 접점이고, $\angle P = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① 200° ② 210° ③ 220°
 ④ 240° ⑤ 260°

해설



원 O의 접선의 접점을 지나는 반지름과 수직이고, 사각형의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

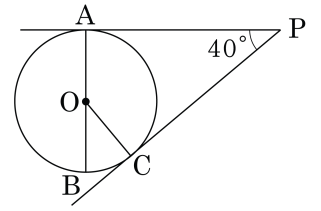
$$\angle AOB$$

$$= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 40^\circ)$$

$$= 140^\circ$$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PC}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{AB}$ 는 지름이다. $\angle APC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 40°

해설

$$\angle AOC = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 40^\circ) = 140^\circ$$

$\overline{AB}$ 는 지름이므로

$$\angle BOC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

13. 반지름의 길이가 10cm인 원의 중심에서 이 원의 접선까지의 거리를 구하여라. [배점 3, 중하]

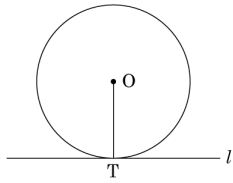
▶ 답:

▷ 정답: 10 cm

해설

원의 중심에서 접선까지의 거리는 반지름의 길이와 같다.

14. 다음 그림에서 반지름 $\overline{OT}$ 와 직선 l 은 수직으로 만난다. 이 때, 점 T 와 직선 l 을 각각 무엇이라고 하는지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 접점

▷ 정답 : 접선

해설

원과 한 점에서 만나는 점을 접점이라고 하고, 원과 한 점에서 접하는 선을 접선이라고 한다.

15. 반지름의 길이가 7cm인 원 O 와 직선 l 사이의 거리가 d cm일 때, 원 O 와 직선 l 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 d 값의 범위를 구하면? [배점 3, 중하]

① $0 < d < 5$

② $0 \leq d < 7$

③ $0 < d \leq 7$

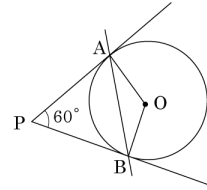
④ $0 \leq d < 11$

⑤ $7 \leq d < 11$

해설

$0 \leq d < r$ 일 때, 두 점에서 만난다.

16. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 A , B 는 그 접점이다. 두 접점 A , B 를 지나는 할선을 그었을 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

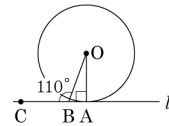
▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

해설

사각형 내의 네 각의 합은 360° 이므로 각 $\angle AOB$ 는 $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 이다. 선분 AO 와 BO 는 원의 반지름으로 길이가 같기 때문에 삼각형 AOB 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB$ 는 30° 이다. 따라서 $\angle PAB$ 는 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 직선 l 은 원 O 의 접선이다. $\angle CBO = 110^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20°

해설

삼각형의 세 내각의 합은 $\angle AOB + 90^\circ + (180^\circ - 110^\circ) = 180^\circ$ 이므로 각 $\angle AOB$ 는 20° 이다.

18. 반지름의 길이가 4 인 원 O 와 직선 l 의 위치관계에서 d 가 원과 직선사이의 거리일 때, $a \leq d < b$ 이면 직선 l 이 할선이고, $d > b$ 이면 원과 직선이 만나지 않는다고 한다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

원의 반지름을 r 이라 하면
 할선일 때 $0 \leq d < r$
 원과 직선이 만나지 않을 때 $r < d$ 이므로
 $a = 0, b = 4, c = 4$ 따라서 $a + b + c = 8$ 이다.

19. 다음은 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 와 직선 l 의 위치관계에 대한 설명이다. 안에 알맞은 수를 차례로 나열하면?

- (1) l 이 접선일 때, $d = \text{}$ cm
 (2) l 이 할선일 때, $\text{}$ cm $\leq d < \text{}$ cm

[배점 4, 중중]

- ① 6, 6, 6 ② 0, 6, 6 ③ 6, 0, 12
 ④ 6, 6, 12 ⑤ 6, 0, 6

해설

원의 반지름을 r 라 하면
 접선일 때 $d = r$,
 할선일 때 $0 \leq d < r$

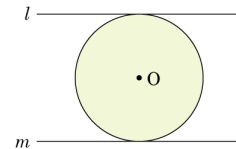
20. 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 중심에서 같은 평면위의 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음에서 l 이 할선이 되는 경우는? [배점 4, 중중]

- ① $r = 4, d = 3$ ② $r = 4, d = 4$
 ③ $r = 6, d = 8$ ④ $r = 5, d = 6$
 ⑤ $r = 10, d = 10$

해설

할선이 되는 경우는 원과 두 점에서 만날 경우이므로 직선 l 에 이르는 거리를 d 의 범위는 $0 \leq d < r$
 ① $r = 4, d = 3, 0 \leq d < r$ 이므로 할선

21. 다음 그림과 같이 평행한 직선 l 과 m 이 모두 반지름이 4 인 원 O 의 접선이라고 한다. 두 직선 l 과 m 사이의 거리를 구하여라.



[배점 4, 중중]

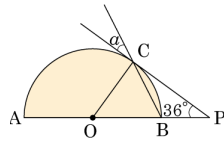
▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

원 O 의 중심에서 직선 l 과 m 까지의 거리는 각각 반지름인 4 이므로
 직선 l 과 m 사이의 거리는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

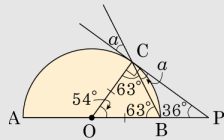
22. $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 점 P 를 잡고 이 점에서 반원 O 에 접선을 그었다. 접점을 C 라 하고 $\angle P = 36^\circ$ 일 때, $\angle a$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 25° ② 27° ③ 30°
 ④ 33° ⑤ 35°

해설



$\overline{OC} \perp \overline{PC}$ 이므로

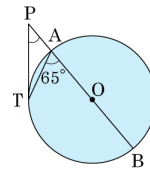
$$\angle BOC = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ,$$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$$

$$\angle a = \angle BCP = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

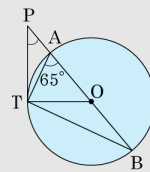
23. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 직선 PA 는 원의 중심 O 를 지난다. $\angle TAB = 65^\circ$ 일 때, $\angle TPA$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 30° ② 35° ③ 40°
 ④ 45° ⑤ 50°

해설



$\triangle TAO$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle TAO = \angle ATO = 65^\circ$$

따라서 $\angle AOT = 50^\circ$ 이고 $\angle TOB = 130^\circ$

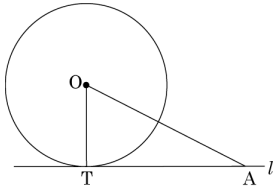
$\triangle TOB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OTB = \angle OBT = 25^\circ$$

$$\angle PTB = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ \text{ 이므로}$$

삼각형 PTB 에서 $\angle TPA = 180^\circ - 115^\circ - 25^\circ = 40^\circ$ 이다.

24. 그림에서 점 T는 원 O의 접점이고 직선 l 은 접선이다. $\angle TAO = 30^\circ$ 일 때, $\angle AOT$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

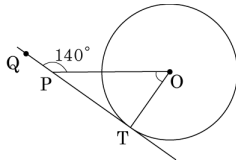
▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

해설

$\angle OTA = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOT = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ 이다.

25. 다음 그림에서 직선 QT는 원 O의 접선이다. $\angle QPO = 140^\circ$ 일 때, $\angle POT$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50°

해설

$$\angle OPT = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

직선 QT가 원 O의 접선이므로 $\angle PTO = 90^\circ$,

삼각형 세 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle POT = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \text{ 이다.}$$

26. 반지름의 길이가 r 인 원 O의 중심에서 같은 평면위의 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음 보기에서 직선 l 이 할선이 되는 개수를 구하여라.

보기

㉠ $r = 3\text{cm}, d = 2\text{cm}$

㉡ $r = 5\text{cm}, d = 5\text{cm}$

㉢ $r = 3\text{cm}, d = 4\text{cm}$

㉣ $r = 2\text{cm}, d = 3\text{cm}$

[배점 5, 중상]

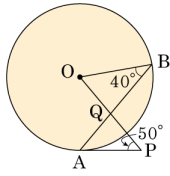
▶ 답 :

▷ 정답 : 1개

해설

l 이 할선이 되려면 $r > d$ 이어야 한다. 따라서 ㉠만 만족한다.

27. 아래 그림에서 $\overline{AP}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle OBA = 40^\circ$, $\angle OPA = 50^\circ$ 일 때, $\angle OQA$ 의 크기를 구하여라.

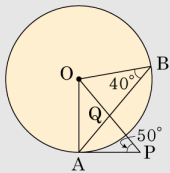


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 100°

해설



$\overline{AO}$ 를 그으면

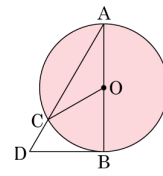
$\triangle OAB$ 에서 $\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$

$\triangle OAP$ 에서 $\angle OAP = 90^\circ$ 이므로

$\angle AOP = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

$\therefore \angle OQA = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

28. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이다. $\widehat{AB} = 3\widehat{BC}$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 30°

② 45°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

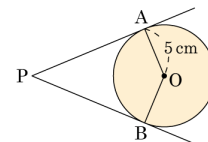
해설

$\angle AOB = 180^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 60^\circ$, $\angle AOC = 120^\circ$

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$

$\therefore \angle ADB = 60^\circ$

29. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\square PAOB = 60\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12cm

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로

$(\square PAOB \text{ 의 넓이}) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{PB} \times 5 \right) = 60$

$\therefore \overline{PB} = 12(\text{cm})$

30. 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 중심에서 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음 중 직선 l 이 이 원의 할선이 되는 경우는? [배점 5, 중상]

- ① $r = 3\text{cm}$, $d = 4\text{cm}$
- ② $r = 3\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
- ③ $r = 4\text{cm}$, $d = 6\text{cm}$
- ④ $r = 8\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
- ⑤ $r = 5\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$

해설

직선 l 이 이 원의 할선이 되려면 반지름(r)이 원의 중심에서 이르는 거리(d)보다 길어야 한다.

31. 반지름의 길이가 10cm 인 원의 중심 O 에서 한 직선 l 까지의 거리가 7cm 일 때, 원 O 와 직선 l 의 위치 관계로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 점에서 만난다. ② 만나지 않는다.
- ③ 할선이다. ④ 한 점에서 만난다.
- ⑤ 접선이다.

해설

① 원 O 와 직선 l 은 두 점에서 만난다.

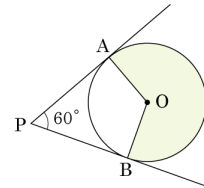
32. 반지름의 길이가 3cm 인 원이 직선 l 과 두 점에서 만난다. 다음 중 원의 중심과 직선 l 사이의 거리로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
- ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

③ $d = r$ 이므로 한 점에서 만난다.(접한다.)
④, ⑤ $d > r$ 이므로 원과 직선 l 은 만나지 않는다.

33. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. 색칠한 부분의 넓이가 $54\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 부채꼴 OAB 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $27\pi\text{cm}^2$

해설

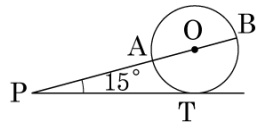
$$\angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

따라서 색칠한 호의 중심각은 120° 이므로 부채꼴의 넓이는 $\pi r^2 \times \frac{\text{중심각의 크기}}{360^\circ}$ 이므로 $\pi \times r^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 54\pi$
 $r^2 = 81$

$$\therefore r = 9\text{cm}$$

$$\text{작은 부채꼴의 넓이는 } 9 \times 9 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 27\pi(\text{cm}^2)$$

34. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이다. $\angle APT = 15^\circ$ 일 때, $\widehat{AT}$ 와 $\widehat{TB}$ 의 길이의 비는?



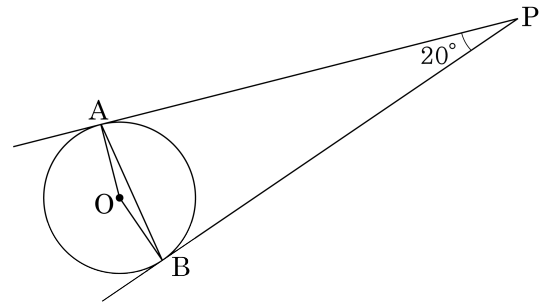
[배점 5, 상하]

- ① 2 : 3 ② 2 : 5 ③ 3 : 5
④ 3 : 7 ⑤ 5 : 7

해설

$\overline{OT}$ 를 그으면 $\angle PTO = 90^\circ$
 $\angle POT = 180^\circ - (90^\circ + 15^\circ) = 75^\circ$
 $\angle TOB = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$
 $\widehat{AT} : \widehat{TB} = \angle POT : \angle TOB$
 $= 75^\circ : 105^\circ$
 $= 5 : 7$
 $\therefore 5 : 7$

35. 다음 그림에서 반직선 PA, PB는 원 O의 접선이다. $\angle OAB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 10°

해설

$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 가 접선이므로
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
 $\square AOBP$ 에서
 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 20^\circ) = 160^\circ$
 $\triangle AOB$ 가 이등변삼각형이므로
 $\therefore \angle OAB = (180^\circ - 160^\circ) \div 2 = 10^\circ$