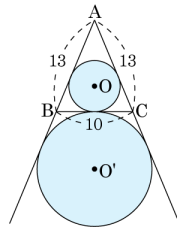


단원테스트 1차

1. 다음 그림과 같이 두 개의 원과 직선이 서로 접하고 있을 때, 원 O 와 원 O' 의 반지름의 길이를 각각 구하여라.



[배점 5, 중상]

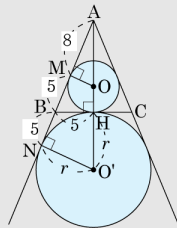
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 원 O의 반지름의 길이: $\frac{10}{3}$

▷ 정답 : 원 O'의 반지름의 길이: $\frac{15}{2}$

해설



$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$\triangle ANO'$ 에서

$$\overline{AO'}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{NO'}^2$$

$$(12 + r)^2 = 18^2 + r^2$$

$$24r + 144 = 324$$

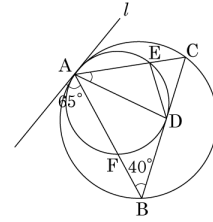
$$\therefore r = \frac{15}{2}$$

$$\overline{AM} : \overline{AN} = \overline{MO} : \overline{NO'}$$

$$8 : 18 = \overline{MO} : \frac{15}{2}$$

$$\therefore \overline{MO} = \frac{10}{3}$$

2. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

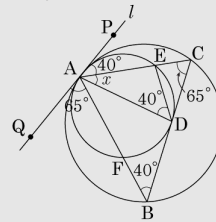
▶ 답 :

▷ 정답 : 37.5°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면

$$\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 40^\circ, \angle ACB = \angle QAB = 65^\circ$$



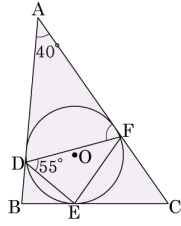
$$\triangle ADE \text{ 에서 } \angle DEC = \angle x + 40^\circ$$

$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$$\triangle EDC \text{ 에서 } \angle x + 40^\circ + \angle x + 65^\circ = 180^\circ \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle x = 37.5^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle FDE = 55^\circ$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

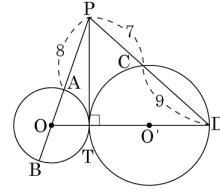
▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로

$$\angle AFD = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 이 원의 접선이고, $\overline{OT}$ 는 원 O의 반지름, $\overline{DT}$ 는 원 O'의 지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$8 \times \overline{PB} = 7 \times (7 + 9)$ 이다.

$$8 \times (2\overline{OA} + 8) = 7 \times 16$$

$$\therefore \overline{OA} = 3$$

$$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = 3$$

또, 원 O에서 $\overline{PT}^2 = 7 \times 16 = 112$ 이므로

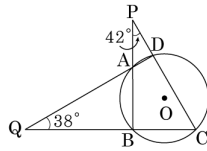
$$\triangle PTD \text{에서 } \overline{DT} = \sqrt{\overline{PD}^2 - \overline{PT}^2}$$

$$= \sqrt{16^2 - 112} = 12 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{O'T} = \frac{1}{2}\overline{DT} = 6$ 이므로

$$\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = 3 + 6 = 9 \text{ 이다.}$$

5. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 □ABCD에서 $\overline{DA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 연장선의 교점을 Q, $\overline{BA}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle P = 42^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



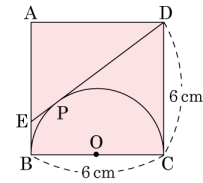
[배점 5, 중상]

- ① 50° ② 52° ③ 54°
 ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\angle BCD = x$ 라고 하면
 $\angle CBP = 180^\circ - 42^\circ - x = 138^\circ - x$
 $\angle QDC = 180^\circ - 38^\circ - x = 142^\circ - x$
 □ABCD가 원에 내접하므로
 $138^\circ - x + 142^\circ - x = 180^\circ - 2x = -100^\circ$
 $\therefore \angle x = 50^\circ$

6. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 6cm인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



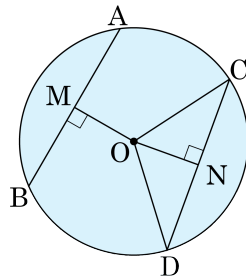
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{9}{2}$ cm ② $\frac{25}{2}$ cm ③ 13cm
 ④ $\frac{27}{2}$ cm ⑤ $\frac{15}{4}$ cm

해설

$\overline{EP} = \overline{EB} = x$
 $\overline{AE} = 6 - x$
 $\triangle AED$ 에서
 $\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$
 $(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$
 $24x = 36$
 $x = \frac{3}{2}$ cm
 따라서 $\overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ (cm)

7. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?

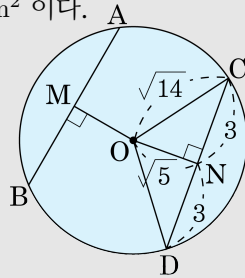


[배점 5, 중상]

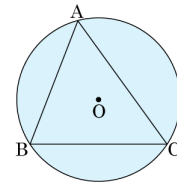
- ① $14\pi\text{cm}^2$ ② $16\pi\text{cm}^2$ ③ $19\pi\text{cm}^2$
 ④ $22\pi\text{cm}^2$ ⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.
 피타고라스의 정리에 의해 $\overline{OC} = \sqrt{\sqrt{5}^2 + 3^2} = \sqrt{14}\text{cm}$
 따라서 원의 넓이는 $14\pi\text{cm}^2$ 이다.



8. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 6 : 4 : 8$ 일 때, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

- ① $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$
 ② $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 60^\circ$
 ③ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 80^\circ$
 ④ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 40^\circ$
 ⑤ $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$

해설

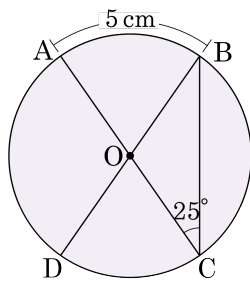
$$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 6 : 4 : 8 = \angle C : \angle A : \angle B$$

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{4}{18} = 40^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{8}{18} = 80^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{6}{18} = 60^\circ$$

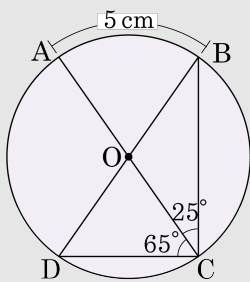
9. 다음 그림에서 O는 원의 중심이고 $\angle ACB = 25^\circ$, $\widehat{AB} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\widehat{AD}$ 의 길이는?



[배점 5, 상하]

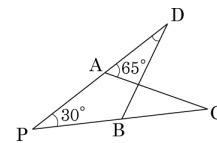
- ① 10cm ② 11cm ③ 12cm
 ④ 13cm ⑤ 14cm

해설



C와 D를 연결하면 $\widehat{AD}$ 의 원주각은 65°
 $25^\circ : 65^\circ = 5 : \widehat{AD}$
 $\therefore \widehat{AD} = 13(\text{cm})$

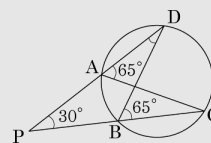
10. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\angle D$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

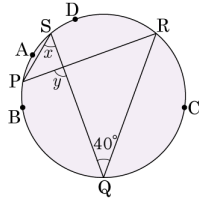
- ① 31° ② 32° ③ 33°
 ④ 34° ⑤ 35°

해설



$\angle DBC = \angle DAC = 65^\circ$ 이다.
 $\triangle PBD$ 에서 $\angle DBC = \angle P + \angle D$ 이다.
 $\therefore \angle D = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$

11. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 는 원주 위의 연속적인 임의의 점이고 네 점 P, Q, R, S 는 각각 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$, $\widehat{DA}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\angle x = 50^\circ$

▶ 정답 : $\angle y = 90^\circ$

해설

$$\widehat{PB} + \widehat{BQ} + \widehat{RD} + \widehat{DS} = \frac{1}{2} \times (\text{원둘레의 길이})$$

$$\therefore \angle POQ + \angle SOR = 180^\circ$$

$$2\angle PSQ + 2\angle SQR = 180^\circ$$

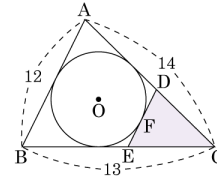
$$\angle x + 40^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

$$\angle PRQ = \angle PSQ = \angle x = 50^\circ$$

$$\angle y = \angle SQR + \angle PRQ = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

12. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

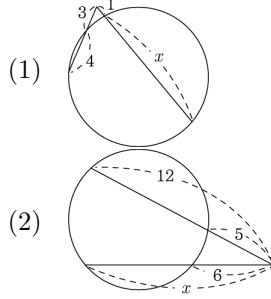
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$$

13. 다음 그림을 참고할 때, x 의 값을 바르게 짝지은 것은?



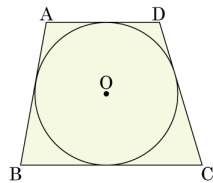
[배점 5, 상하]

- ① (1)10, (2)10 ② (1)20, (2)12
 ③ (1)21, (2)13 ④ (1)12, (2)12
 ⑤ (1)12, (2)11

해설

$$\begin{aligned} (1) & 1(1+x) = 3 \times 7, \quad 1+x = 21 \\ & \therefore x = 20 \\ (2) & 5 \times 12 = 6x, \quad 6x = 60 \\ & \therefore x = 10 \end{aligned}$$

14. 다음 그림은 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} + \overline{BC} = 26$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

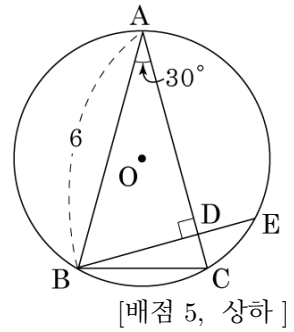
▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

외접사각형의 성질에 의해
 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 26$
 그런데, 등변사다리꼴은 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\therefore \overline{AB} = 13$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$, $\angle BAC = 30^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 외접원 O가 있다. 점 B에서 변 AC 에 수선을 그어 원 O와의 교점을 E라 할 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

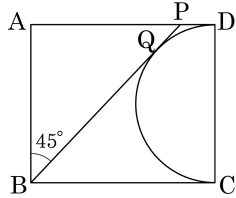
▶ 답 :

▶ 정답 : $6\sqrt{3} - 9$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABD \text{ 에서 } \overline{BD} &= 3, \quad \overline{AD} = 3\sqrt{3} \\ \overline{AB} &= \overline{AC} = 6 \text{ 이므로 } \overline{DC} = 6 - 3\sqrt{3} \\ \overline{AD} \times \overline{DC} &= \overline{BD} \times \overline{DE} \text{ 이므로} \\ 3\sqrt{3}(6 - 3\sqrt{3}) &= 3\overline{DE} \\ \therefore \overline{DE} &= 6\sqrt{3} - 9 \end{aligned}$$

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 선분 CD 를 지름으로 반원을 그린 것이다. 점 B 에서 반원에 그은 접선과 반원이 접하는 점을 Q 라 하고 접선과 선분 AD 가 만나는 점을 P 라 한다. $\overline{AB} = 6$, $\angle ABP = 45^\circ$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

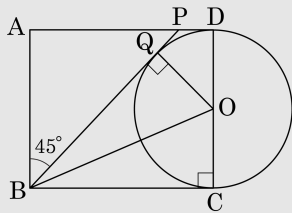
▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $3(1 + \sqrt{2})$

해설

$\overline{AB} = 6$, $\angle ABP = 45^\circ$ 이므로 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 6\sqrt{2}$



그림과 같이 반원의 중심을 O 라 하고 보조선 OQ 를 그으면 삼각형 BOQ 와 삼각형 BOC 는 선분 BO 을 공통빗변으로 하고 $\overline{OQ} = \overline{OC} = 3$ (원의 반지름)인 직각삼각형이다.

이 때 $\overline{PD} = x$ 라 하면 $\overline{BQ} = 6\sqrt{2} - x$, $\overline{BC} = 6 + x$

피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{BO}^2 = (6\sqrt{2} - x)^2 + 3^2 = (6 + x)^2 + 3^2$$

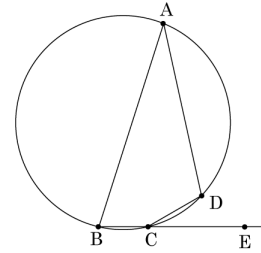
$$72 - 12\sqrt{2}x + x^2 = 36 + 12x + x^2$$

$$(12 + 12\sqrt{2})x = 36$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} - 3$$

$$\therefore \overline{AD} = 6 + 3\sqrt{2} - 3 = 3 + 3\sqrt{2}$$

17. 다음 그림에서 $\widehat{ADC}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$, $\widehat{BCD}$ 의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$ 일 때, $\angle ADC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 138°

해설

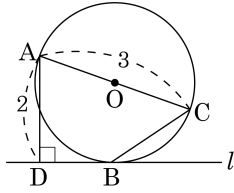
$$\angle ADC = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{5} \times 360^\circ \right) = 108^\circ$$

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{6} \times 360^\circ \right) = 30^\circ$$

$$\angle BAD = \angle DCE = 30^\circ \text{ (내대각)}$$

$$\therefore \angle ADC + \angle DCE = 108^\circ + 30^\circ = 138^\circ$$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원 O 는 직선 l 과 점 B 에서 접한다. 점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 D 라 하고 $\overline{AD} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



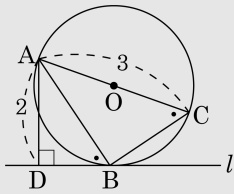
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

보조선 AB 를 그으면



$$\angle ABC = 90^\circ$$

또, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle ABD = \angle ACB$$

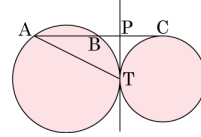
이므로 $\triangle ACB \sim \triangle ABD$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AD} \text{ 에서}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AD} = 3 \times 2 = 6 \quad \therefore \overline{AB} = \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$$

19. 다음 그림에서 점 T 는 두 원이 외접하는 점점이고 점 C 는 현 AB 를 지나는 직선이 다른 원과 외접하는 점이다. $\overline{PB} = 3$, $\overline{PC} = 6$ 일 때, 삼각형 PAT 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

점 P 에서 한 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PC} = \overline{PT} = 6$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로 } 36 = 3\overline{PA} \quad \therefore \overline{PA} = 12$$

$$\text{따라서 삼각형 } PAT \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$$