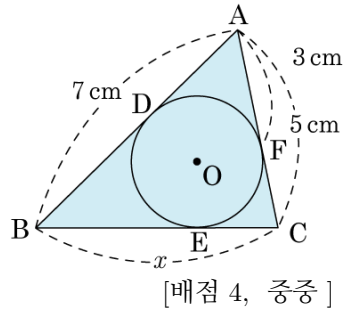


단원테스트 1차

1. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, x 의 값은?

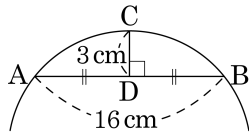


- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm
④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{AF} = 3(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CF} = \overline{CE} = 2(\text{cm})$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 4(\text{cm})$
 $\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$

2. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 16$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{73}{6}$

해설

원의 길이를 r 라 하면

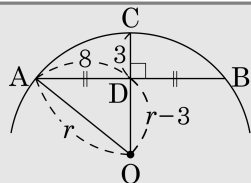
면

$$r^2 = (r - 3)^2 + 8^2$$

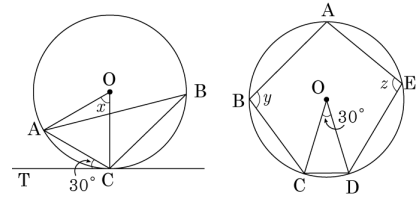
$$r^2 = r^2 - 6r + 9 + 64$$

$$6r = 73$$

$$\therefore r = \frac{73}{6}$$



3. 다음 두 그림에서 $\angle x + \angle y + \angle z$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 255°

해설

(i) $\angle ACT = \angle ABC = 30^\circ$ 이므로 $\angle x = 60^\circ$

(ii) $\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle CBD = 15^\circ$

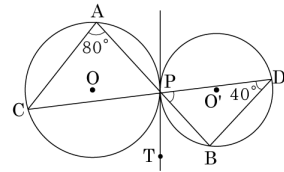
$\square ABDE$ 에서

$$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$$

$$\angle y + \angle z = 180^\circ + 15^\circ = 195^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 60^\circ + 195^\circ = 255^\circ$$

4. 다음 그림과 같이 점 P에서 외접하는 두 원 O, O'에서 $\angle PAC = 80^\circ$, $\angle PDB = 40^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 60°

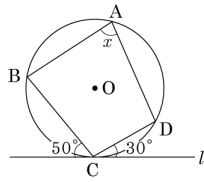
해설

$$\angle CPT = \angle CAP = 80^\circ$$

$$\angle TPB = \angle BDP = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

5. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

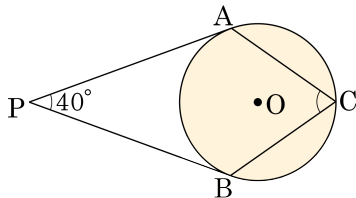
- ① 50° ② 60° ③ 70°
 ④ 80° ⑤ 90°

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면

$$\therefore \angle x = \angle BAC + \angle DAC = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?



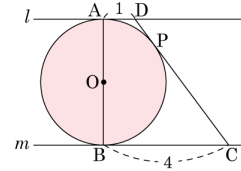
[배점 4, 중중]

- ① 50° ② 55° ③ 60°
 ④ 65° ⑤ 70°

해설

$$\begin{aligned} \angle ACB &= \frac{1}{2} \angle AOB \\ &= \frac{1}{2} (360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 40^\circ) \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 원 O 의 지름의 양 끝점 A, B 에서 그은 두 접선 l, m 과 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 의 교점을 각각 D, C 라고 한다. $\overline{AD} = 1$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.

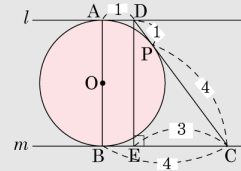


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



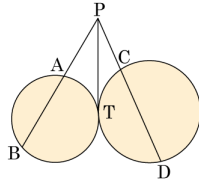
점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자

$\triangle DCE$ 에서 $\overline{CD} = 5$, $\overline{CE} = 3$ 이므로

$$\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$\square ABCD$ 는 윗변, 아랫변, 높이가 각각 1, 4, 4 인 사다리꼴이므로 그 넓이는 $(4 + 1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 10$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원의 공통접선이고 $\overline{PA} = 4$, $\overline{PC} = 3$, $\overline{CD} = 9$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



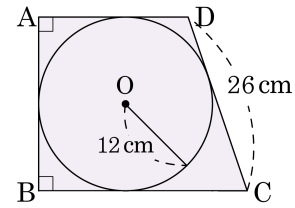
[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 12

해설

$\overline{AB} = x$ 라 놓으면,
 $4(x + 4) = 12 \times 3$
 $x = 5$
 $\therefore \overline{AB} = 5$

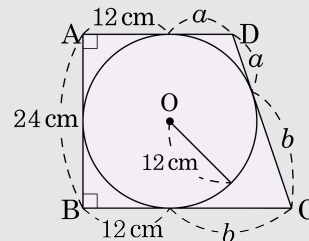
9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
 ④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

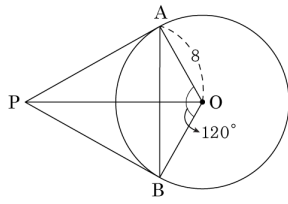
해설



접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

□ABCD 의 넓이
 $= \frac{1}{2} \{ (12 + a) + (12 + b) \} \times 24 = 12(24 + a + b)$
 $a + b = 26(\text{cm})$ 이므로
 구하는 넓이는 $12 \times (24 + 26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



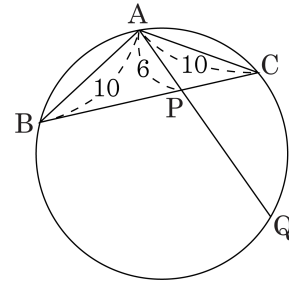
[배점 4, 중중]

- ① 12 ② $8\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\angle AOB = 120^\circ$ 이므로 $\angle APB = 60^\circ$
 따라서 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다.
 $\angle AOP = 60^\circ$ 이므로 $1 : \sqrt{3} = 8 : \overline{AP}$, $\overline{AP} = 8\sqrt{3}$
 $\therefore \overline{AB} = 8\sqrt{3}$

11. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$\angle ABC = \angle AQC = \angle AQB$ 이므로 $\overline{AB}$ 는 세 점 B, P, Q 를 지나는 원의 접선이다.
 $10^2 = 6(6 + \overline{PQ})$
 $100 = 36 + 6\overline{PQ}$
 $6\overline{PQ} = 64$
 $\therefore \overline{PQ} = \frac{32}{3}$

12. 다음 그림에 대한 설명

중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

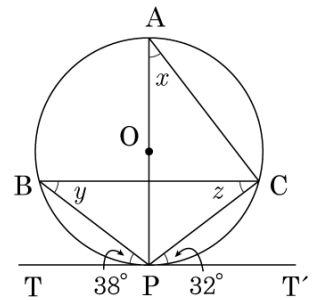
① $\angle x = 32^\circ$

② $\angle y = 38^\circ$

③ $\angle y = \angle z$

④ $\angle z = 32^\circ$

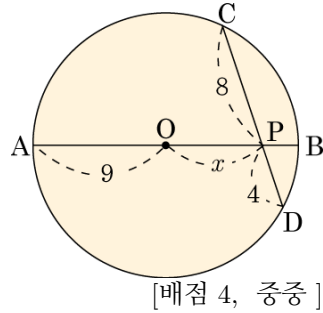
⑤ x, y, z 의 크기는 모두 다르다.



해설

$\angle x = \angle y = 32^\circ$ $\therefore \angle z = 38^\circ$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 반지름의 길이가 9인 원 O의 지름이고, $\overline{CP} = 8$, $\overline{DP} = 4$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

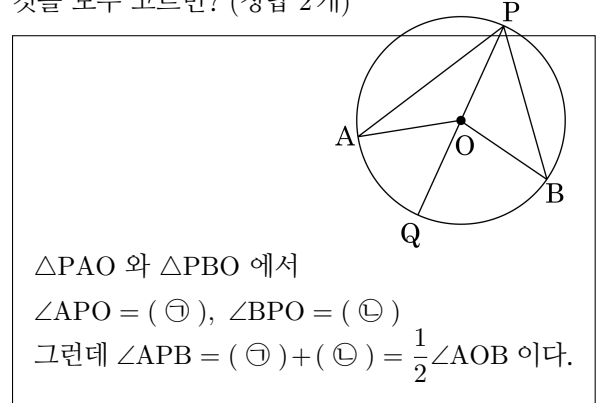
해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$$(9+x)(9-x) = 4 \times 8 \text{ 에서 } x^2 = 49$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

14. 다음은 “한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이다.”를 증명하는 것이다. ㉠, ㉡에 해당되는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

$$\angle APO = (\text{㉠}), \angle BPO = (\text{㉡})$$

그런데 $\angle APB = (\text{㉠}) + (\text{㉡}) = \frac{1}{2} \angle AOB$ 이다.

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{2} \angle AOQ$ ② $\frac{1}{2} \angle BOQ$ ③ $\frac{1}{2} \angle AOB$
 ④ $\angle PBO$ ⑤ $\angle PAO$

해설

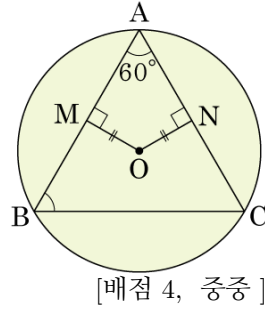
$$\angle APO = \angle PAO, \angle AOQ = \angle APO + \angle PAO$$

$$\therefore \angle AOQ = 2\angle APO, \angle APO = \frac{1}{2} \angle AOQ$$

$$\angle BPO = \angle OBP, \angle BOQ = \angle BPO + \angle OBP$$

$$\therefore \angle BOQ = 2\angle BPO, \angle BPO = \frac{1}{2} \angle BOQ$$

15. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB , AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 60^\circ$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

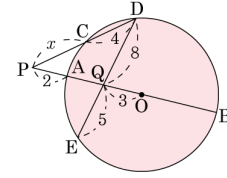


- ① $4\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. 그런데, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 모든 각의 크기가 60° 로 같다. 따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. $\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB , CD 의 연장선의 교점이고 점 Q 는 두 현 AB , DE 의 교점이다. 현 AB 가 원의 지름일 때 $\overline{CP}$ 의 길이 x 를 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

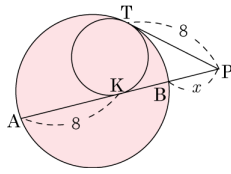
$\overline{OA} = \overline{OB} = r$ 이라 하면, $\overline{QA} = r - 3$, $\overline{QB} = r + 3$
 $\overline{QA} \cdot \overline{QB} = \overline{QD} \cdot \overline{QE}$ 이므로 $(r - 3)(r + 3) = 8 \times 5$
 $r^2 - 9 = 40$, $r^2 = 49$
 $r > 0$ 이므로 $r = 7$
 두 할선의 비례 관계에 의하여
 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$$2 \times (2 + 14) = x \times (x + 4)$$

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

17. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라. (점 K, T 는 접점이다.)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

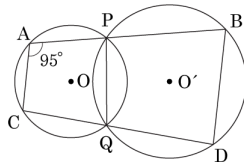
해설

$$\overline{PT} = \overline{PK} = 8$$

$$8^2 = x(8 + 8)$$

$$\therefore x = 4$$

18. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$ 는 두 원 O, O' 의 공통현이다. $\angle CAP = 95^\circ$ 일 때, $\angle DBP$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 70° ② 80° ③ 85°
④ 90° ⑤ 95°

해설

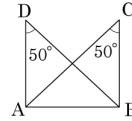
$$\angle CAP = \angle PQD = 95^\circ$$

$$\angle DBP + 95 = 180^\circ$$

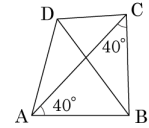
$$\angle DBP = 85^\circ$$

19. 다음 중 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있지 않은 것은? [배점 4, 중중]

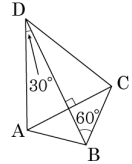
①



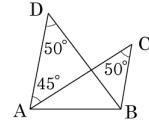
②



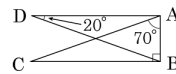
③



④



⑤



해설

①, ④ $\angle C = \angle D$ 이므로 한 원 위에 있다.

③ $\angle ACB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\angle ADB = \angle ACB$ 이므로 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

$\angle ADB = \angle ACB$ 이므로 한 원 위에 있다.