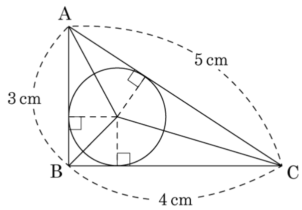
확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 △ABC 의 넓이가 36cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



[배점 2, 하중]

① 3cm ② 4cm ③ 5cm

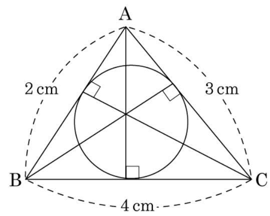
④ 6cm ⑤ 7cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, △ABI, △IBC, △ICA 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 36\text{cm}^2$

$\therefore\ x = 6\text{cm}$

2. 다음 그림과 같은 △ABC 의 넓이가 12cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

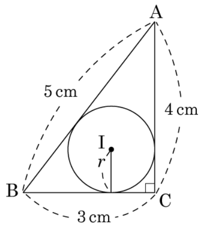
▷ 정답 : $\frac{8}{3}$ cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, △ABI, △IBC, △ICA 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(2+4+3)x = 12\text{cm}^2$

$\therefore\ x = \frac{8}{3}\text{cm}$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1cm ② 2cm ③ 3cm

④ 4cm ⑤ 5cm

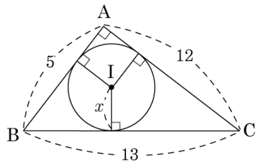
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다.

따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

4. $\triangle ABC$ 의 넓이가 6 일 때, x 의 길이를 구하여라.(단, 점 I 는 내심)



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

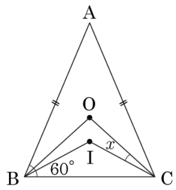
해설

$(\triangle ABC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times x \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 6$ 이다.

$\frac{1}{2} \times x \times 30 = 6$ 이다.

따라서 $15x = 6$ 이므로 $x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기= (　)° 이다. 빈 칸에 들어갈 수는?



[배점 3, 하상]

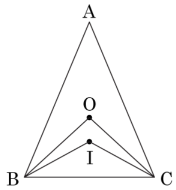
▶ 답 :

▷ 정답 : 0 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이다.
$\angle ABC = 60°$ 이므로 $\angle A = 60°$ 이고, $\angle BOC = 120°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 60° + 90° = 120°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$ 이다.
따라서 $\angle OCI = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 30° - 30° = 0°$ 이다.

6. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

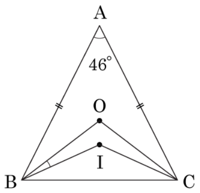
▶ 답 :

▷ 정답 : 115 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 50°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
따라서 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 50° + 90° = 115°$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle A = 46°$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 와 I 가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI = (\quad)°$ 구하여라.



[배점 3, 하상]

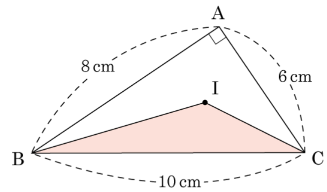
▶ 답 :

▷ 정답 : 10.5

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 46°$ 이므로 $\angle ABC = 67°$, $\angle BOC = 92°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 46° + 90° = 113°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67° = 33.5°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44° - 33.5° = 10.5°$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



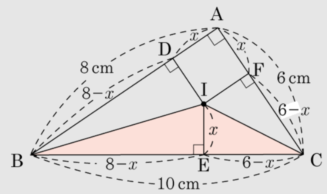
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

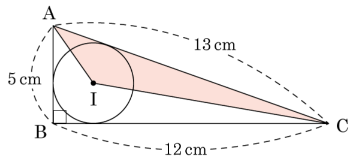
해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.



내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.
$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2\text{cm}$
$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $13\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

10. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 4, 중중]

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.

② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.

③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.

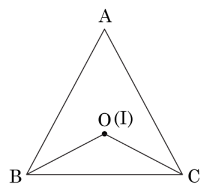
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle ABO = \angle BCO$

② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$

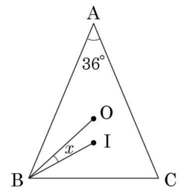
④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

12. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 14°　② 18°　③ 20°

④ 22°　⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.