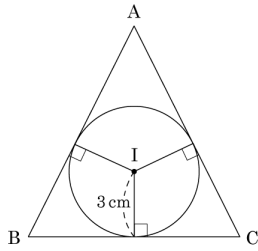


확인학습문제

1. 다음 그림에서 반지름의 길이가 3cm 인 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 20cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 2, 하중]

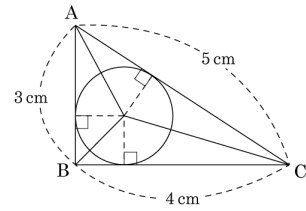
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{40}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로, 삼각형의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 3 = 20$
 $\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \frac{40}{3}\text{cm}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 36cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



[배점 2, 하중]

① 3cm

② 4cm

③ 5cm

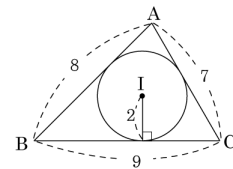
④ 6cm

⑤ 7cm

해설

내접원의 중심을 점 I 라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3 + 4 + 5)x = 36\text{cm}^2$
 $\therefore x = 6\text{cm}$

3. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

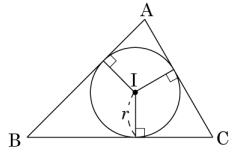
▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 + 9 + 7) = 24$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 40cm이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



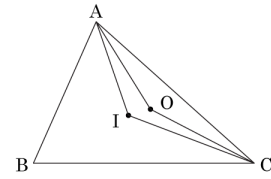
[배점 3, 하상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\frac{1}{2} \times r \times 40 = 60$
따라서 반지름의 길이는 3cm이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 160° ② 120° ③ 125°
④ 130° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$,
 $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$
이므로
 $\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

6. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

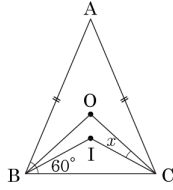
[배점 3, 하상]

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형
③ 둔각삼각형 ④ 정삼각형
⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

7. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기 = () ° 이다. 빈 칸에 들어갈 수는?



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이다.

$\angle ABC = 60^\circ$ 이므로 $\angle A = 60^\circ$ 이고, $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

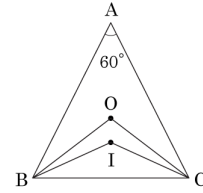
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 60^\circ + 90^\circ = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ 이다.

따라서 $\angle OCI = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 30^\circ - 30^\circ = 0^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 0° ② 10° ③ 20°

④ 30°

⑤ 40°

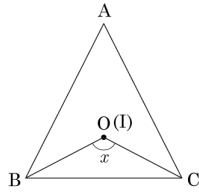
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 ()이고, $\angle BOC = ()^\circ$ 이다.

[배점 3, 하상]

- ① 직각삼각형, 90 ② 직각삼각형, 120
 ③ 이등변삼각형, 60 ④ 정삼각형, 90
 ⑤ 정삼각형, 120

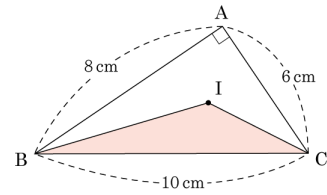
해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



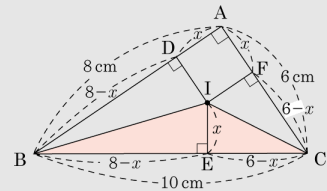
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10 cm^2

해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.

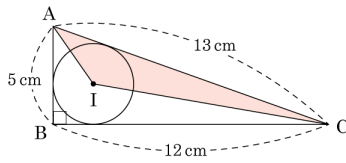


내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2 \text{ cm}$

$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10 (\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

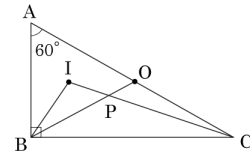
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 135°

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60^\circ \rightarrow \angle OBC = 30^\circ$ 이다. ...㉠

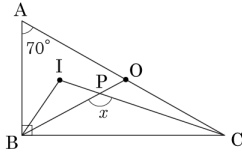
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30^\circ$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15^\circ$ 이고, $\angle BIC = 90^\circ + 60^\circ \times \frac{1}{2} = 120^\circ$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$ 이다. ...㉡

㉠-㉡에 의해 $\angle IBP = 15^\circ$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 O, I는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



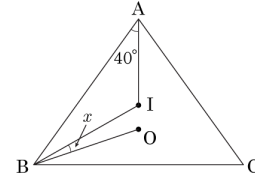
[배점 4, 중중]

- ① 120° ② 130° ③ 140°
 ④ 150° ⑤ 160°

해설

$\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 이므로
 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$
 따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$ 이다.

14. 다음 그림에서 I, O는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심, 외심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

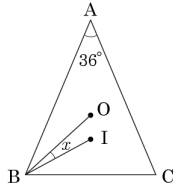
▶ 답:

▷ 정답: 15°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 40^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다. $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다. $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50^\circ$ 이다. 또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 35^\circ - 20^\circ = 15^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I와 점 O는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



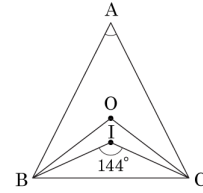
[배점 4, 중중]

- ① 14° ② 18° ③ 20°
 ④ 22° ⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36^\circ$, $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.
 $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.
 또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

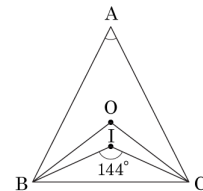
▶ 답:

▷ 정답: 54°

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

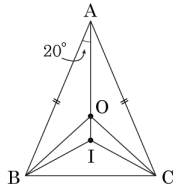
▶ 답:

▷ 정답: 54°

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



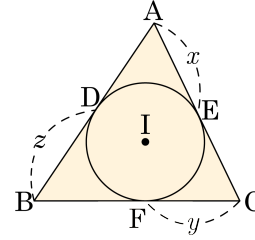
[배점 4, 중중]

- ① 30° ② 40° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40^\circ$ 이므로
 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로
 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 내접원의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레가 24cm 이다. $x + y + z$ 의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

- ㉠ 11cm ㉡ 12cm ㉢ 13cm
 ㉣ 14cm ㉤ 15cm

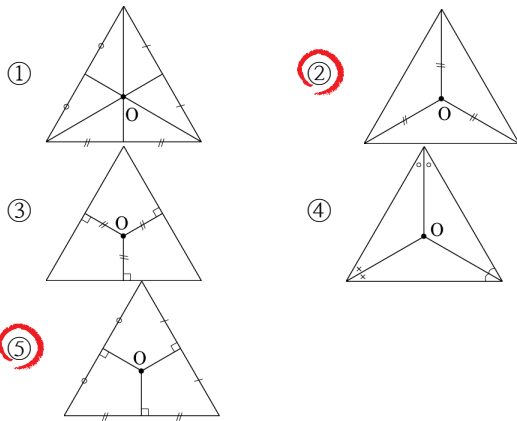
[배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : ㉡

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{AE} = \overline{AD} = x$, $\overline{BD} = \overline{BF} = z$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.
 $\therefore x + y + z = 12(\text{cm})$ 이다.

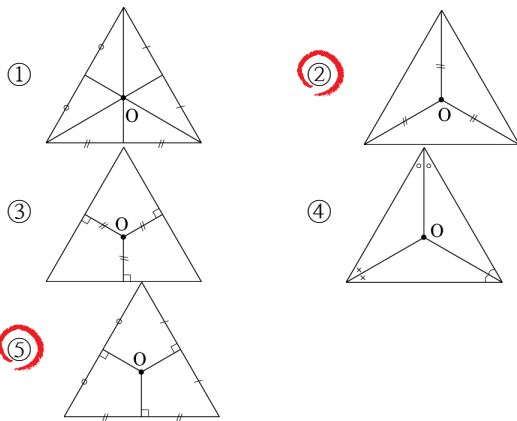
20. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]



해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

21. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]



해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

22. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

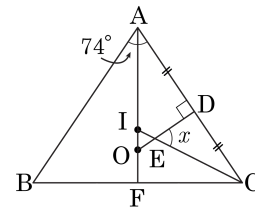
[배점 5, 중상]

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형
③ 예각삼각형 ④ 둔각삼각형
⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

23. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 62° ② 62.5° ③ 63°
④ 63.5° ⑤ 64°

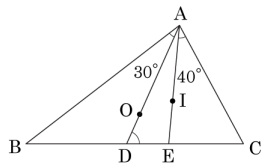
해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = ()^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



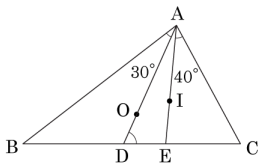
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$, $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
 $\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = ()^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



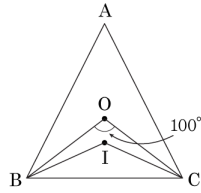
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$, $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
 $\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$

26. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100^\circ$ 이고, $\angle A = a^\circ$, $\angle BIC = b^\circ$ 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 65

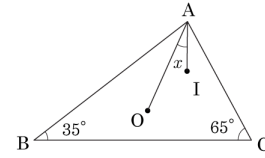
해설

$$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ \Rightarrow a = 50$$

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ \Rightarrow b = 115$$

따라서 $b - a = 115 - 50 = 65$ 이다.

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

① 10°

② 12°

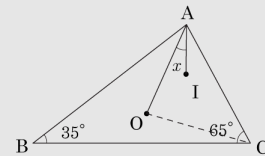
③ 15°

④ 18°

⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

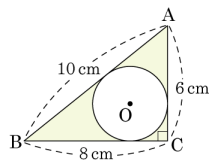


i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

28. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 안에 원 O 가 내접하고 있다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $(24 - 4\pi) \text{ cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\frac{1}{2}r \times (8 + 6 + 10) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

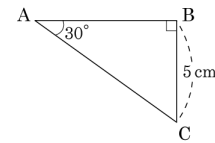
$$r = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})$$

$$= 24 - \pi \times 2^2$$

$$= 24 - 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

29. 다음 그림은 $\angle A = 30^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, 외접원의 넓이를 구하여라.

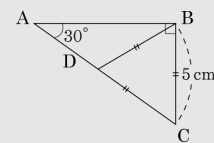


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $25\pi \text{ cm}^2$

해설



$$\angle BCA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$\overline{AC}$ 의 중점을 D 라 할 때 $\overline{BD}$ 를 그으면

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ ($\because$ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심)

즉, $\triangle BDC$ 에서

$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BCD = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 정삼각형이 된다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5\text{(cm)}$ 이므로 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$ 이다.