확인학습문제

1. 민수는 삼각형 모양의 색종이를 잘라 최대한 큰 원을 만들려고 한다. 순서대로 기호를 써라.

> ㉠ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
>
> ㉡ 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
>
> ㉢ 그린 원을 오린다.
>
> ㉣ 세 내각의 이등분선을 긋는다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

2. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

> 1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
> 2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
> 3. ________________
> 4. 그린 원을 오린다.

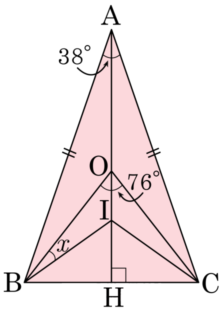
[배점 2, 하중]

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. <u>점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.</u>
4. 그린 원을 오린다.

3. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



[배점 2, 하중]

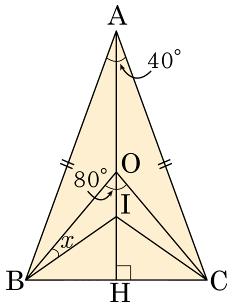
① 14° ② 15.2° ③ 16.5°

④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$
$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$
$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

4. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

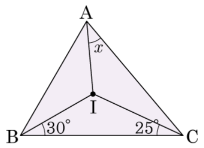
▶ 답 :

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.
$\angle OBC = 50°$
또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.
$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

5. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 15° ② 20° ③ 25°

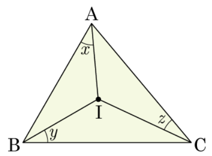
④ 30° ⑤ 35°

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

6. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\quad\quad)°$이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.

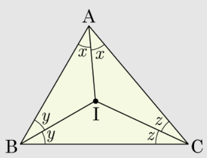


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

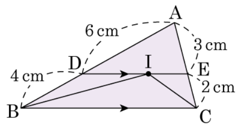
해설



$2(x + y + z) = 180°$

$\therefore\ x + y + z = 90°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\text{DE}}$ 와 $\overline{\text{BC}}$ 가 평행일 때, $\overline{\text{AD}} = 6\text{cm}$, $\overline{\text{DB}} = 4\text{cm}$, $\overline{\text{AE}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{EC}} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle$ADE 의 둘레의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 9cm ② 11cm ③ 13cm

④ 15cm ⑤ 17cm

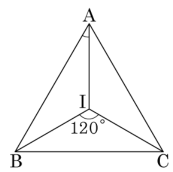
해설

점 I 가 내심이고 $\overline{\text{DE}} // \overline{\text{BC}}$ 일 때,

($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\text{AB}} + \overline{\text{AC}}$

따라서 $\triangle$ADE 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\angle\text{BIC} = 120°$일 때, $\angle\text{BAI} = (\quad\quad)°$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle\text{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\text{A}$ 이다.

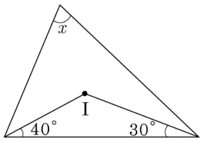
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle\text{BIC} = 120° = 90° + \frac{1}{2}\angle\text{A}$,

$\angle\text{A} = \angle\text{BAC} = 60°$

$\therefore \angle\text{BAI} = \frac{1}{2}\angle\text{BAC} = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

9. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



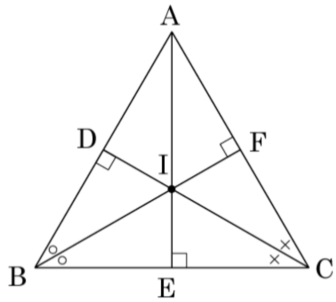
[배점 3, 하상]

① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$
④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

10. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



[증명] $\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle \mathrm{IEB} = \angle \mathrm{IDB} = 90°$,
$\overline{\mathrm{IB}}$는 공통변,
$\angle \mathrm{IBE} = \angle \mathrm{IBD}$이므로
$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \boxed{} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{\mathrm{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle \mathrm{ADI} = \angle \mathrm{AFI} = 90°$, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
이므로 $\triangle \mathrm{ADI} \equiv \triangle \mathrm{AFI}$(RHS 합동)
대응각 $\angle \mathrm{DAI} = \angle \mathrm{FAI}$이므로 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

[배점 3, 하상]

① $\overline{\mathrm{IA}}$ ② $\overline{\mathrm{IE}}$ ③ $\overline{\mathrm{IC}}$
④ $\overline{\mathrm{IB}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{AF}}$

해설

$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$(RHA 합동)이므로
$\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$(RHA 합동)이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\mathrm{IE}}$가 들어간다.

11. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가? [배점 3, 중하]

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

12. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 가지고 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례로 써라.

보기

㉠ △ABC 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.

㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.

㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

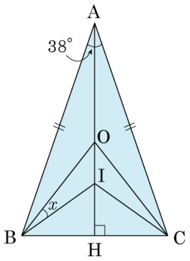
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때,$\angle OBI$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$

④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

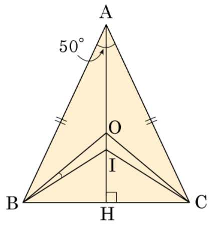
$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}°$

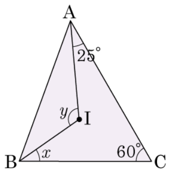
해설

$\angle BOC = 2\times\angle BAC = 2\times 50° = 100°$. $\angle OBC = 40°$.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 115°$, $\angle IBH = \frac{65}{2}°$.

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = \frac{15}{2}°$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 120° ② 125° ③ 145° ④ 155° ⑤ 165°

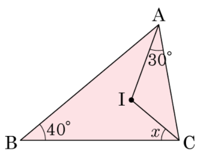
해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$, $\angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40°$, $\angle CAI = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$

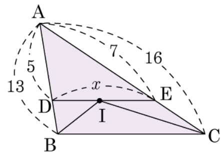
$\angle IBA = 20°$

$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로

$\angle x + 20° + 30° = 90°$

$\therefore x = 40°$

17. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI} + \overline{IE}$ 를 고르면?



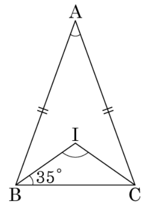
[배점 4, 중중]

① 16cm ② 17cm ③ 18cm ④ 19cm ⑤ 20cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다. 따라서 $x = \overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DE} = (13 - 5) + (16 - 7) = 8 + 9 = 17(\mathrm{cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



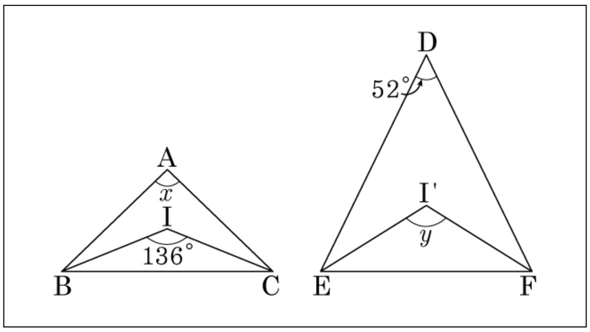
[배점 4, 중중]

① $108°$ ② $109°$ ③ $110°$ ④ $111°$ ⑤ $112°$

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.
$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이므로
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

19. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



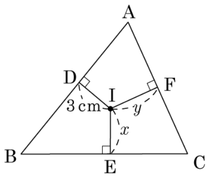
[배점 4, 중중]

① $178°$ ② $188°$ ③ $198°$ ④ $208°$ ⑤ $218°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \angle x = \angle A = 92°$
또, 점 I'이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$이다.
$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$
$\therefore \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\overline{\mathrm{ID}} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $x + y$의 길이는?



[배점 4, 중중]

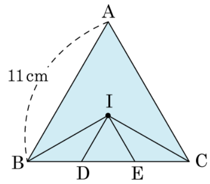
① 4cm ② 5cm ③ 6cm

④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $\therefore\ x + y = 6(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{ID}}$, $\overline{\mathrm{AC}}//\overline{\mathrm{IE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 11\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle$IDE 의 둘레의 길이는?



[배점 5, 중상]

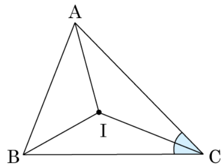
① $\dfrac{11}{3}$cm ② $\dfrac{11}{2}$cm ③ 11cm

④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{IBD}$ 이고 $\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{BID}(\because \overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{ID}})$ 이므로 $\angle\mathrm{IBD} = \angle\mathrm{BID}$ 이다. $\Rightarrow \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{ID}}$
같은 방법으로 $\angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{ICE}$ 이고 $\angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{CIE}$ ($\because \overline{\mathrm{AC}}//\overline{\mathrm{IE}}$) 이므로 $\angle\mathrm{ICE} = \angle\mathrm{CIE}$ 이다.$\Rightarrow \overline{\mathrm{IE}} = \overline{\mathrm{EC}}$ 이다.
따라서 ($\triangle$IDE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{ID}}+\overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{IE}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{BC}} = 11(\mathrm{cm})$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\angle$AIB : $\angle$BIC : $\angle$AIC $=$ 6 : 7 : 7일 때, $\angle$ACB 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36°

해설

$\angle\mathrm{AIB} : \angle\mathrm{BIC} : \angle\mathrm{AIC} = 6 : 7 : 7$이므로,

$\angle\mathrm{AIB} = 360° \times \dfrac{6}{20} = 108°$이다.

$\angle\mathrm{AIB} = 90° + \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{ACB} = 108°$에서 $\angle\mathrm{ACB} = 36°$이다.