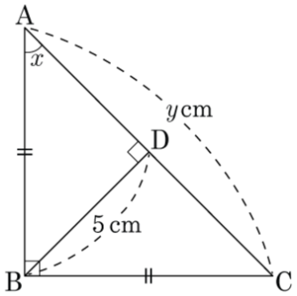
확인학습문제

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, x 의 값과 y 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 45°$

▷ 정답 : $y = 10\,\text{cm}$

해설

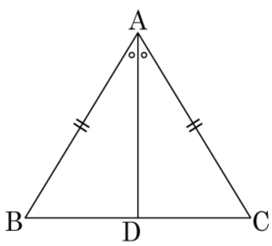
$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$ 이므로 $x = 45$

$\triangle ADB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.

$\triangle ADB$, $\triangle CDB$ 가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = 5\ (\text{cm})$ 이므로 $y = 10$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 2, 하중]

① $\overline{AD} = \overline{BC}$　　② $\angle ADB = \angle ADC$

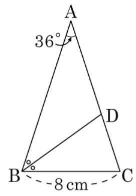
③ $\angle ADB = 90°$　　④ $\triangle ADB \equiv \triangle ADC$

⑤ $\angle B = \angle C$

해설

① $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle BDC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

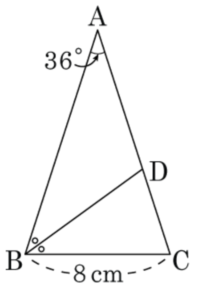
해설

$\angle B = 72°$ 이므로 $\angle ABD = 36°$ 이다.

따라서 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle BDC = 72°$, $\angle BCD = 72°$ 이므로 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle BDC$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABC$ 를 제외한 이등변삼각형을 모두 찾아라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\triangle ABD$

▷ 정답 : $\triangle BCD$

해설

$\angle B = 72°$ 이므로 $\angle ABD = 36°$ 이다.
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle BDC = 72°$, $\angle BCD = 72°$ 이므로 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형은 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ 이다.

5. 다음은 「정삼각형의 세 내각의 크기는 같다.」를 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 수 없는 것을 모두 고르면?

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
[결론] $\angle A = \angle B = \angle C$
[증명] $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 $\boxed{\text{(가)}}$이므로
$\angle B = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle A = \boxed{\text{(다)}} \cdots$ ㉠
㉠, ㉡에 의해 $\boxed{\text{(라)}}$

[배점 3, 하상]

① 이등변삼각형
② $\angle A$
③ $\angle A = \angle B = \angle C$
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$
⑤ $\angle C$

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
[결론] $\angle A = \angle B = \angle C$
[증명] $\triangle ABC$ 는
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C \cdots$ ㉠
$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle C \cdots$ ㉠
㉠, ㉡에 의해
$\angle A = \angle B = \angle C$

6. 다음은「정삼각형의 세 내각의 크기는 같다.」를 증명하는 과정이다. (가) ~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

> [가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
> [결론] $\boxed{\quad(가)\quad}$
> [증명] $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\boxed{\quad(나)\quad}$ 이므로
> $\angle B = \boxed{\quad(다)\quad} \cdots ㉠$
> $\triangle ABC$ 는 $\boxed{\quad(라)\quad}$ 인 이등변삼각형이므로
> $\angle A = \angle C \cdots ㉡$
> ㉠, ㉡에 의해 $\boxed{\quad(마)\quad}$

[배점 3, 하상]

① (가) $\angle A = \angle B = \angle C$

② (나) 이등변삼각형

③ (다) $\angle C$

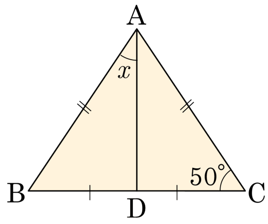
④ (라) $\overline{AB} = \overline{BC}$

⑤ (마) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
[결론] $\angle A = \angle B = \angle C$
[증명] $\triangle ABC$ 는
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C \cdots ㉠$
$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle C \cdots ㉡$
㉠, ㉡에 의해 $\angle A = \angle B = \angle C$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



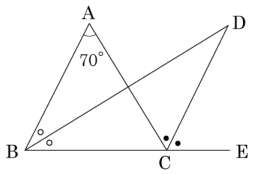
[배점 3, 하상]

① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$
④ $50°$ ⑤ $55°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 180° - 2 \times 50° = 80°$
또 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 를 이등분하고 $\overline{BC}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)
따라서 $x = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

8. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 32.5° ② 35° ③ 37.5°

④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\angle ACD = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)$

$= \frac{1}{2}(70° + 55°)$

$= 62.5°$

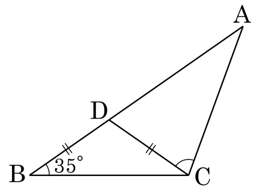
$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$\therefore \angle D = 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)$

$= 180° - 145°$

$= 35°$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 65° ② 75° ③ 85°

④ 95° ⑤ 105°

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle CAB = 35°$

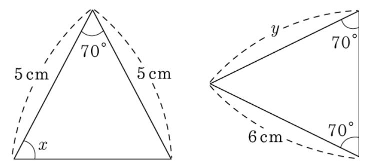
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$

또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = 35°$

$\therefore \angle ACD = 110° - 35° = 75°$

10. 다음 그림에서 $x + y$가 속한 범위는?



[배점 3, 하상]

① 61 ∼ 65 ② 66 ∼ 70 ③ 71 ∼ 75

④ 76 ∼ 80 ⑤ 81 ∼ 85

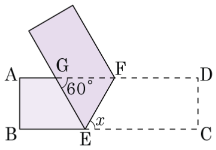
해설

두 삼각형은 모두 이등변삼각형이므로

$x = 55°$, $y = 6(\text{cm})$

$\therefore$ $x + y = 55 + 6 = 61$

11. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle FGE = 60°$ 일 때, $\angle x$ 크기는?



[배점 3, 중하]

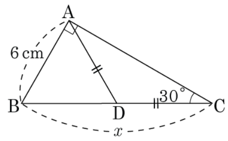
① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$

④ $60°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle GFE = \angle FEC = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle GEF = \angle FEC = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle GEF$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $60° + \angle x + \angle x = 180°$, $\angle x = 60°$ 이다.

12. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

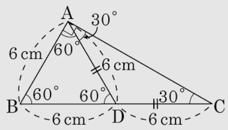


[배점 3, 중하]

① 4cm ② 6cm ③ 8cm

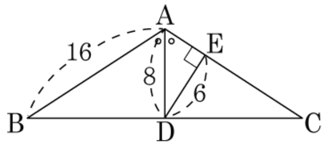
④ 10cm ⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

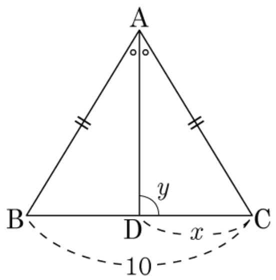
▷ 정답 : 24

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 16 \times 6 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 8$, $\overline{DC} = 12$ 이므로 $\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 24$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선일 때, $y - x$의 값은?

[배점 3, 중하]



① 80 ② 85

③ 90 ④ 95

⑤ 100

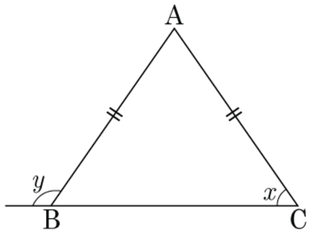
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \frac{10}{2} = 5$ $\angle ADC = \angle y = 90°$이다.

따라서 $y - x = 90 - 5 = 85$이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 180°

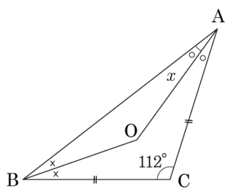
해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle C = \angle x$

$\therefore \angle x + \angle y = 180°$

16. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112°$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

① 15° ② 16° ③ 17°

④ 18° ⑤ 19°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$

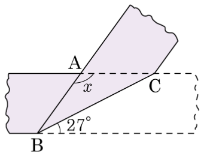
그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로

$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$

따라서 $4 \times x = 180° - 112° = 68°$

$\therefore x = 17°$

17. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle BAC$의 크기는?

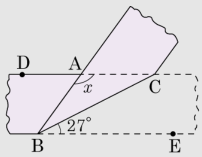


[배점 3, 중하]

① $120°$ ② $122°$ ③ $124°$

④ $126°$ ⑤ $128°$

해설



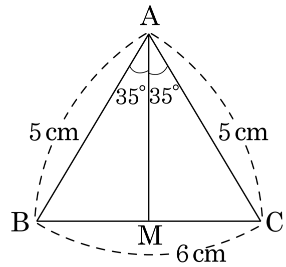
$\angle CBE = \angle ABC = 27°$ (종이 접은 각)

$\angle CBE = \angle ACB = 27°$ (엇각)

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 $27°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BAC = 180° - (27° \times 2) = 126°$

18. 「이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.」의 증명과정에서 사용되는 것 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



【가정】$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\,\text{cm}$, $\angle BAM = \angle CAM = 35°$

【결론】$\overline{BM} = \overline{CM} = 3\,\text{cm}$, $\overline{AM} \perp \overline{BC}$

[배점 4, 중중]

① $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\,\text{cm}$

② $\angle AMB + \angle AMC = 180°$

③ $\overline{AM} \perp \overline{BC}$

④ $\overline{AM}$ 은 공통

⑤ $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$(ASA 합동)

해설

$\triangle ABM$ 와 $\triangle ACM$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC} = 5\,\text{cm}$, $\angle BAM = \angle CAM = 35° \cdots\cdots$ (ㄱ)

$\overline{AM}$ 은 공통 $\cdots\cdots$ (ㄴ)

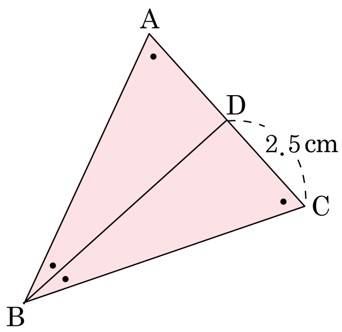
(ㄱ), (ㄴ)에서 $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{BM} = \overline{CM} = 3\,\text{cm}$, $\angle AMB = \angle AMC$ 이다.

그런데 $\angle AMB + \angle AMC = 180°$ 이므로 $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ 이다.

$\therefore \overline{AM}$ 은 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 4.2cm ② 4.4cm ③ 4.6cm

④ 4.8cm ⑤ 5cm

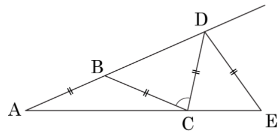
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5\text{cm}$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 90° ② 100° ③ 110°

④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle A = a$ 라고 하면

$\angle CBD = \angle CDB = a + a = 2a$

$\angle DCE = a + \angle ADC = a + 2a = 3a$

$\angle CDE = 180° - 2 \times 3a = 180° - 6a$

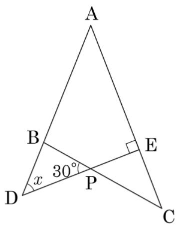
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40° = a + 40°$ 이므로

$a + 40° = 180° - 6a$

$\therefore a = 20°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 2 \times 2a = 180° - 4a = 100°$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{AC}$ 위에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\angle x$의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

① $25°$ ② $30°$ ③ $35°$

④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\angle DPB$와 $\angle CPE$는 맞꼭지각이므로

$\angle CPB=\angle CPE=30°$

이때, $\triangle CPE$에서 $\angle PCE=60°$

또, $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

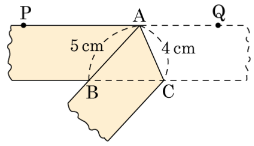
$\angle BAC=60°$

$\triangle ADE$의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x+60°+90°=180°$

$\therefore \angle x=30°$

22. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

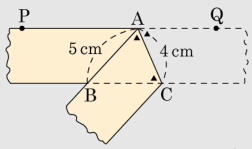


[배점 4, 중중]

① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle QAC=\angle CAB$ (종이 접은 각)

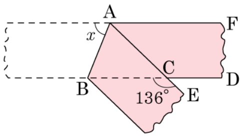
$\angle QAC=\angle ACB$ (엇각)

$\therefore\ \angle CAB=\angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{AB}=5\text{cm}$

23. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle BCE = 136°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $68°$

해설

$\angle BAC = \angle x$ (종이 접은 각)

$\angle ABC = \angle x$ (엇각)

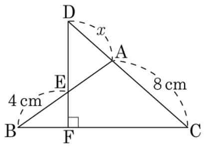
$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle x$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\angle ACB = 180° - 136° = 44°$

$\therefore \ \angle x = \frac{1}{2}(180° - 44°) = 68°$

24. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$일 때, x의 길이는?

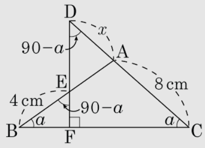


[배점 5, 중상]

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm

④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



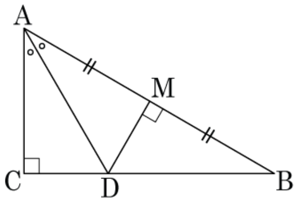
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.

따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.

즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각)이다.

따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x$(cm) 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4$(cm) 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle MAD$의 크기는?



[배점 5, 중상]

① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180°$이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60°$
따라서 $\angle MAD = 30°$이다.