

확인학습문제

1. 다음 부등식을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

$$15x - 7 < 9x + 11$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$15x - 7 < 9x + 11$$

$$15x - 9x < 11 + 7$$

$$6x < 18$$

따라서 $x < 3$ 을 만족하는 가장 큰 정수는 2 이다.

2. $-1 < x < 2$ 일 때, $-2x + 3$ 의 값의 범위를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $-1 < -2x + 3 < 5$

▶ 정답 : $5 > -2x + 3 > -1$

해설

$$-1 < x < 2$$

$$-1 \times (-2) > -2x > 2 \times (-2)$$

$$2 > -2x > -4$$

$$2 + 3 > -2x + 3 > -4 + 3$$

$$5 > -2x + 3 > -1$$

$$\therefore -1 < -2x + 3 < 5$$

3. 다음 중 부등호를 사용하여 나타낸 식이 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

① x 는 $2x + 5$ 보다 크다. $\Rightarrow x > 2x + 5$

② x 와 -6 의 곱은 양수이다. $\Rightarrow -6x > 0$

③ x 와 12 의 합은 -2 이하이다. $\Rightarrow x + 12 \leq -2$

④ x 와 2 의 합의 4 배는 0 이거나 음수이다 $\Rightarrow 4(x + 2) \leq 0$

⑤ x 와 $x + 3$ 의 합은 9 이상이다. $\Rightarrow x + (x + 3) > 9$

해설

⑤ $x + (x + 3) \geq 9$

4. 다음 중 부등식이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① $ax - 5 > 8$

② $3 \times 2 - 4 \div 2$

③ $(5a - 21) \neq 3 \times 9$

④ $(3x - 4)a \leq 2b$

⑤ $6 \times a < 0 \times 9$

해설

① 부등호 $>$ 를 사용한 부등식이다.

④ 부등호 $\leq$ 를 사용한 부등식이다.

⑤ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.

5. 일차부등식 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 해 중 가장 작은 정수는? [배점 3, 하상]

① -6 ② -5 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} &< 1 \\ 5(x-2) - 4(2x-3) &< 20 \\ 5x - 10 - 8x + 12 &< 20 \\ 5x - 8x &< 20 + 10 - 12 \\ -3x &< 18 \\ \therefore x &> -6\end{aligned}$$

6. x 가 집합 $\{-10, -9, -8, -7, -6\}$ 의 원소일 때, 부등식 $3x - 2 \geq 5x + 8$ 의 해는? [배점 3, 하상]

① $x \leq -5$
② $x \geq -5$
③ $-10, -9, -8, -7, -6$
④ 해가 없다.
⑤ $-10, -9, -8, -7$

해설

$$\begin{aligned}3x - 2 &\geq 5x + 8 \text{에서} \\ x = -10 \text{이면 } 3 \times (-10) - 2 &\geq 5 \times (-10) + 8 \text{ (참)} \\ x = -9 \text{이면 } 3 \times (-9) - 2 &\geq 5 \times (-9) + 8 \text{ (참)} \\ x = -8 \text{이면 } 3 \times (-8) - 2 &\geq 5 \times (-8) + 8 \text{ (참)} \\ x = -7 \text{이면 } 3 \times (-7) - 2 &\geq 5 \times (-7) + 8 \text{ (참)} \\ x = -6 \text{이면 } 3 \times (-6) - 2 &\geq 5 \times (-6) + 8 \text{ (참)} \\ 3x - 2 &\geq 5x + 8 \text{를 만족하는 해는} \\ -10, -9, -8, -7, -6 \text{이다.}\end{aligned}$$

7. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 부등식 $2x - 1 \geq 1$ 의 해집합은? [배점 3, 하상]

① $\emptyset$ ② $\{2\}$
③ $\{1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2\}$
⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned}2x - 1 &\geq 1 \text{에서} \\ x = 1 \text{이면 } 2 \times 1 - 1 &\geq 1 \text{ (참)} \\ x = 2 \text{이면 } 2 \times 2 - 1 &\geq 1 \text{ (참)} \\ 2x - 1 &\geq 1 \text{을 만족하는 해집합은 } \{1, 2\} \text{이다.}\end{aligned}$$

8. 다음 두 부등식의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$3x - 1 > a, \quad \frac{3}{2}(-x + 7) < 6$$

[배점 3, 하상]

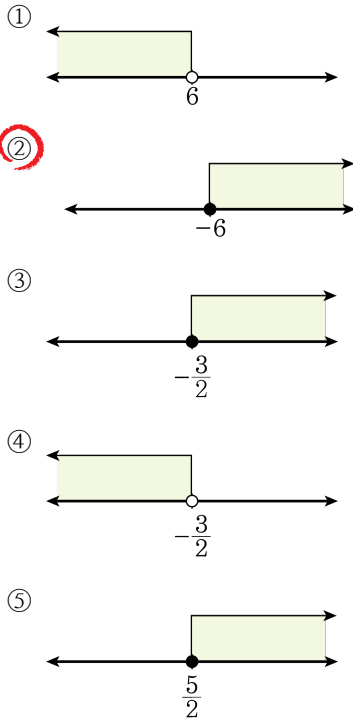
▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}3x - 1 &> a \text{에서 } x > \frac{a+1}{3} \\ \frac{3}{2}(-x + 7) &< 6 \text{에서 } x > 3 \\ \text{두 부등식의 해가 서로 같으므로} \\ \frac{a+1}{3} &= 3 \\ \therefore a &= 8\end{aligned}$$

9. 일차부등식 $-\frac{1}{2}x \leq 3$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$$-\frac{1}{2}x \leq 3$$

$$x \geq -6$$

10. 다음 중 x 가 부등식 $-0.2(x-1) \leq -0.3(x-2)$ 를 만족할 때, x 가 포함하는 자연수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

식을 간단히 하기 위해 양변에 10 을 곱하면 $-2x + 2 \leq -3x + 6$ 이 된다. 이를 정리하면 $x \leq 4$ 이다. 따라서 x 에 포함되는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.

11. 다음 부등식의 해를 구하고 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x \geq 6$

(2) $-2x \leq 8$

(3) $\frac{x}{3} > 1$

(4) $-\frac{1}{2}x < -3$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 풀이 참조

해설

(1) $3x \geq 6$ 이므로 $\therefore x \geq 2$

(2) $-2x \leq 8$ 이므로 $\therefore x \geq -4$

(3) $\frac{x}{3} > 1$ 이므로 $\therefore x > 3$

(4) $-\frac{1}{2}x < -3, x > (-3) \times (-2)$ 이므로 $\therefore x > 6$

12. $0 < b < a$ 일 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?

[배점 3, 중하]

① $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

③ $-2a < -2b$

④ $3a - 1 > 3b - 1$

⑤ $a^2 > ab$

해설

② $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, c < 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

13. $b < a < 0$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $a + c > b + c$ ② $ac > bc$
 ③ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ④ $a^2 < b^2$
 ⑤ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

해설

① 부등식의 성질

④ $a = -1, b = -2$ 이면 $(-1)^2 < (-2)^2, 1 < 4$

⑤ $a = -1, b = -2$ 이면 $-1 < -\frac{1}{2}$

14. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.

정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.

민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.

지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.

지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.

정희 : 그렇다면 $x < -18$ 이 되는구나.

[배점 3, 중하]

- ① 정민 ② 민호 ③ 지현

- ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.

정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.

민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.

지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.

지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.

정희 : 그렇다면 $x > -18$ 이 되는구나.

지윤은 $a < 0$ 임을 알고 있었지만 $-a > 0$ 를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$ 이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

15. 두 부등식 $0.2(4x - 9) > 2.4(x - 1)$ 와 $\frac{-x+2}{3} - \frac{2x+5}{4} > -2a$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{43}{96}$

해설

$$\begin{aligned} 0.2(4x - 9) > 2.4(x - 1) \text{에서 } x &< \frac{3}{8} \\ \frac{-x+2}{3} - \frac{2x+5}{4} > -2a \text{에서 } x &< \frac{24a-7}{10} \\ \text{두 부등식의 해가 서로 같으므로} \\ \frac{3}{8} &= \frac{24a-7}{10} \\ \therefore a &= \frac{43}{96} \end{aligned}$$

16. 부등식 $0.2(3x + 1) \geq x - 2.1$ 을 만족시키는 최대의 정수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} 0.2(3x + 1) &\geq x - 2.1 \\ \text{양변에 10을 곱하면} \\ 2(3x + 1) &\geq 10x - 21 \\ 6x + 2 &\geq 10x - 21 \\ 23 &\geq 4x \\ x &\leq \frac{23}{4} \\ \text{따라서 가장 큰 정수는 5이다.} \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $-1 - \frac{a}{2} > -1 - \frac{b}{2}$ 일 때, $a > b$ 이다.

② $a < b$ 일 때, $-2 + a < 2 + b$ 이다.

③ $a > b$ 일 때, $-\frac{a}{4} < -\frac{b}{4}$ 이다.

④ $a < b$ 일 때, $-3(a - 5) > -3(b - 5)$ 이다.

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ 일 때, $a < b$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} \text{① } -\frac{a}{2} > -\frac{b}{2} &\Rightarrow \frac{a}{2} < \frac{b}{2} \\ \therefore a &< b \end{aligned}$$

18. $a < -2$ 일 때, $2a - (a + 2)x < -4$ 의 해를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x < 2$

▶ 정답: $2 > x$

해설

$$\begin{aligned} 2a - (a + 2)x &< -4 \\ -(a + 2)x &< -2a - 4 \\ (a + 2)x &> 2a + 4 \\ \therefore x &< 2 \quad (\because a + 2 < 0) \end{aligned}$$

19. $a < 0$ 일 때, $ax > b$ 를 풀어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x < \frac{b}{a}$

▶ 정답: $\frac{b}{a} > x$

해설

$a < 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$\therefore x < \frac{b}{a}$

20. 다음 중 부등식 $2x + 1 < 3$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$2x + 1 < 3$ 에서

$x = 2$ 이면 $5 < 3$ 이므로 거짓이다.

$x = 4$ 이면 $9 < 3$ 이므로 거짓이다.

따라서 해가 아닌 것은 ④, ⑤이다.

21. 다음 중 부등식이 아닌 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

① $3b - 9 \leq 14$

② $3(4a - 3) < 1$

③ $(6a - 1) \div 7 \geq 0$

④ $(4x + 5)2 \neq 2$

⑤ $ab - 2 > 4$

해설

① 부등호 $\leq$ 를 사용한 부등식이다.

② 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.

③ 부등호 $\geq$ 를 사용한 부등식이다.

⑤ 부등호 $>$ 를 사용한 부등식이다.

22. $A = \left\{ x \mid \frac{2x-1}{3} > \frac{3x}{2} - 5, x \text{는 자연수} \right\}$ 일 때, $n(A)$ 는?

[배점 4, 중중]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{2x-1}{3} > \frac{3x}{2} - 5$

$2(2x-1) > 9x-30$

$x < 5.6$

$\therefore A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

따라서 $n(A) = 5$ 이다.

23. 일차부등식 $-0.1x + 2 \leq \frac{1}{3}(0.6x + 8)$ 을 풀면?
[배점 4, 중중]

- ① $x \geq -\frac{20}{3}$ ② $x \leq \frac{20}{9}$ ③ $x \geq -\frac{20}{9}$
④ $x \geq 3$ ⑤ $x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned} -0.1x + 2 &\leq \frac{1}{3}(0.6x + 8) \\ \text{양변에 30을 곱하면} \\ -3x + 60 &\leq 10(0.6x + 8) \\ -3x + 60 &\leq 6x + 80 \\ -9x &\leq 20 \\ \therefore x &\geq -\frac{20}{9} \end{aligned}$$

24. $x < 0 < y$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 찾으려면?

보기

- ㉠ $x + y < 0$ ㉡ $x^2 + y^2 > 0$
㉢ $-x < -y$ ㉣ $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

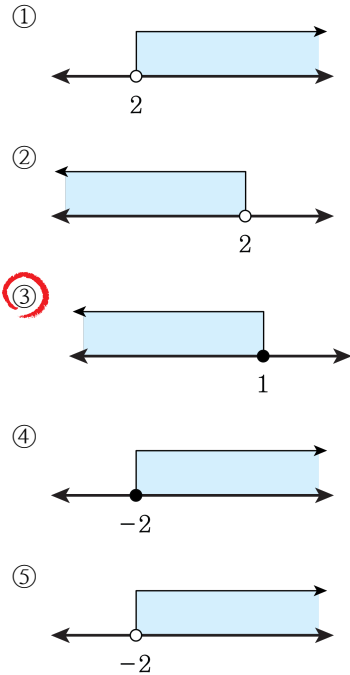
[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $x + y$ 는 음수일 수도 양수일 수도 있다. (거짓)
㉡ $x \neq 0, y \neq 0$ 이면 $x^2 + y^2 > 0$ 이다. (참)
㉢ $x < y$ 이므로 $-x > -y$ 이다. (거짓)
㉣ $\frac{1}{x} < 0, \frac{1}{y} > 0$ 이므로, $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ (참)

25. 부등식 $2x - 2 \leq -3x + 3$ 의 해를 수직선에 나타낸 것은?
[배점 4, 중중]



해설

$$\begin{aligned} 2x - 2 &\leq -3x + 3 \\ 5x &\leq 5 \\ \therefore x &\leq 1 \end{aligned}$$

26. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$$4x - 2 + 12a \geq 3x + 5 + 15x - 12$$

$$4x - 3x - 15x \geq 2 + 5 - 12 - 12a$$

$$-14x \geq -5 - 12a$$

$$\therefore x \leq \frac{5+12a}{14}$$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{5+12a}{14} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } 14 = 10 + 24a, 24a = 4, a = \frac{1}{6}$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{1}{6} \text{ 이므로 } x = 3, y = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

27. 다음 중 방정식 $\frac{1}{5}x + 0.3(x-1) = 0.7$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식을 모두 골라라.

㉠ $x - 3 > 3$

㉡ $x + 2(x - 3) \geq (x + 2)$

㉢ $3x - 2 > x - 4$

㉣ $2(x + 1) + 3 \geq x - 5$

㉤ $3x - 9 > 0$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

$\frac{1}{5}x + 0.3(x-1) = 0.7$ 을 풀면 $x = 2$ 이므로 $x = 2$ 을 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.

㉢ $3 \times 2 - 2 = 4 > 2 - 4 = -2$

㉣ $2(2 + 1) + 3 = 9 \geq 2 - 5 = -3$

28. $3x + 4 \leq 5x - 3$ 을 만족하는 정수 중 가장 작은 정수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3x + 4 \leq 5x - 3$$

$$-2x \leq -7$$

$$x \geq \frac{7}{2}$$

따라서 가장 작은 정수 x 는 4 이다.

29. $a < b, c < 0$ 일 때, 다음 중 $\bigcirc$ 안에 들어갈 부등호의 방향이 다른 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $a + c \bigcirc b + c$ ② $a - c \bigcirc b - c$
 ③ $ac \bigcirc bc$ ④ $a + \frac{2}{c} \bigcirc b + \frac{2}{c}$
 ⑤ $a - 2c \bigcirc b - 2c$

해설

①, ②, ④, ⑤는 $<$ 이고 ③은 $>$ 이다.

30. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $-2a < -2b$ ② $2a - 3 > 2b - 3$
 ③ $-\frac{a}{4} + 1 < -\frac{b}{4} + 1$ ④ $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$
 ⑤ $2 - a > 2 - b$

해설

$a > b$ 이므로 $-a < -b$ 이다. 따라서 $2 - a < 2 - b$ 이다

31. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때, 상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

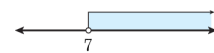
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면
 $-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$
 $\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$
 위 부등식을 만족하는 x 가 n 개라면
 $n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1$ 이 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이므로
 $7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$
 $\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}$
 $\frac{7n - 8}{3} = 2$
 $7n - 8 = 6$
 $\therefore n = 2$

32. $\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 해가 다음 그림과 같이 수직선 위에 나타내어질 때, a 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 양변에 6을 곱하면, $2x - 3a > 5$
 $2x - 3a > 5$ 의 해가 $x > 7$ 이므로 $2x > 5 + 3a$
 $x > \frac{5 + 3a}{2}$ 에서 $\frac{5 + 3a}{2} = 7$ 이다.
 따라서 $a = 3$ 이다.

33. 집합 $X = \{x \mid 3x + 6 > 5x - 4, x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $n(X)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x + 6 > 5x - 4$$

$$10 > 2x, x < 5$$

$x = 1, 2, 3, 4$ 이므로 $n(X) = 4$ 이다.

34. $0 < x < 2, 3 < y < 6$ 일 때, $\frac{y-2}{x+1}$ 의 범위를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{3} < \frac{y-2}{x+1} < 4$

해설

$$1 < x + 1 < 3, \frac{1}{3} < \frac{1}{x+1} < 1,$$

$$1 < y - 2 < 4$$

$$\therefore \frac{1}{3} < \frac{y-2}{x+1} < 4$$

35. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{ 의 각 변에 } -1 \text{ 을 곱하면 } -1 \leq -x \leq 1$$

$$\text{각 변에 } 3 \text{ 을 더하면 } 2 \leq 3-x \leq 4$$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{ 를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{ 를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$