

확인학습문제

1. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$311 \times 311 - 310 \times 312 - 2$$

[배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 311 \text{ 이라 하면,} \\ 311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a-1) \times (a+1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

2. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 18×22 ② 51×52 ③ 99^2
④ 302×403 ⑤ 103^2

해설

$$\begin{aligned} ① \quad &18 \times 22 = (20-2)(20+2) \\ ② \quad &51 \times 52 = (50+1)(50+2) \\ ③ \quad &99^2 = (100-1)^2 \\ ④ \quad &302 \times 403 = (3 \times 100 + 2)(4 \times 100 + 3) \\ ⑤ \quad &103^2 = (100+3)^2 \end{aligned}$$

3. 98^2 을 계산하는데 가장 알맞은 식은?

[배점 3, 하상]

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 98^2 &= (100-2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

4. $(3x-2y-z)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

[배점 3, 하상]

- ① -12 ② -6 ③ 1
④ 4 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} (3x-2y-z)^2 \\ &= 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy + 4yz - 6zx \end{aligned}$$

xy 의 계수: -12

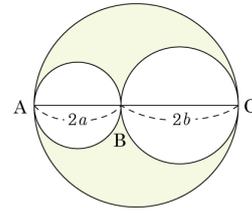
5. $(x+y-5)(x-y-5)$ 를 전개하는데 가장 적절한 식은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{(x+y)-5\}\{(x-y)-5\}$
- ② $\{x+(y-5)\}\{x-(y+5)\}$
- ③ $\{(x-5)+y\}\{(x-5)-y\}$
- ④ $\{x+(y-5)\}\{(x-y)-5\}$
- ⑤ $\{(x+y)+5\}\{(x-y)+5\}$

해설

식을 $\{(x-5)+y\}\{(x-5)-y\}$ 로 묶어서 $x-5 = t$ 로 치환하여 전개하는 것이 가장 적절하다.

6. 다음 그림에서 \overline{AC} 는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이 S 를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



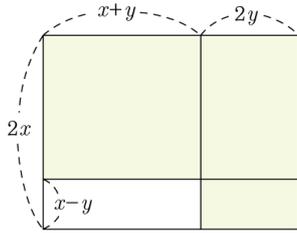
[배점 3, 하상]

- ① $S = \pi ab$
- ② $S = 2\pi ab$
- ③ $S = 4\pi ab$
- ④ $S = 8\pi ab$
- ⑤ $S = 16\pi ab$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(색칠한 부분의 넓이)} \\
 &= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 두 원의 넓이}) \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2) \\
 &= \pi(a+b)^2 - \pi(a^2 + b^2) \\
 &= \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2) \\
 &= 2\pi ab
 \end{aligned}$$

7. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, xy 의 계수는?



[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(색칠한 부분의 넓이)
 $=$ (전체의 넓이) $-$ (색칠이 안 된 부분의 넓이)
 $= 2x(x + y + 2y) - (x + y)(x - y)$
 $= 2x(x + 3y) - (x^2 - y^2)$
 $= 2x^2 + 6xy - x^2 + y^2$
 $= x^2 + 6xy + y^2$
 따라서 xy 의 계수는 6이다.

8. 2011을 x 로 하여 곱셈 공식을 이용하여 $2010 \times 2012 - 2009 \times 2011$ 을 계산하면? [배점 4, 중중]

- ① 4000 ② 4017 ③ 4019
 ④ 4021 ⑤ 4023

해설

2011 = x 라 하면
 $(x - 1)(x + 1) - (x - 2) \cdot x$
 $= x^2 - 1 - x^2 + 2x = 2x - 1$
 $= 2 \times 2011 - 1 = 4021$

9. 다음 식에서 364를 x 로 하여 곱셈 공식을 이용하여 계산하면?

$364 \times 366 - 728 - 363 \times 365$ [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x(x + 2) - 2x - (x - 1)(x + 1)$
 $= x^2 + 2x - 2x - x^2 + 1$
 $= 1$

10. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ② $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 ③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
 ④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
 ⑤ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$

11. $(3x - 2y + z)(5x + 2y - z)$ 의 전개식에서 xy , yz , zx 각각의 계수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 10 ③ 21 ④ 33 ⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + z)(5x + 2y - z) \\ &= \{3x - (2y - z)\}\{5x + (2y - z)\} \\ & 2y - z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x - A)(5x + A) \\ &= 15x^2 - 2xA - A^2 \\ & A = 2y - z \text{를 대입하면} \\ & 15x^2 - 2x(2y - z) - (2y - z)^2 \\ &= 15x^2 - 4xy + 2xz - 4y^2 + 4yz - z^2 \\ \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합} &: -4 + 4 + 2 = 2 \end{aligned}$$

12. $(3x - 2y + 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 1)(3x - 2y + 1) \text{에서} \\ & xy \text{ 항} : 2 \times 3x \times (-2y) = -12xy \\ & y \text{ 항} : 2 \times (-2y) \times 1 = -4y \\ \therefore A - B &= -12 - (-4) = -8 \end{aligned}$$

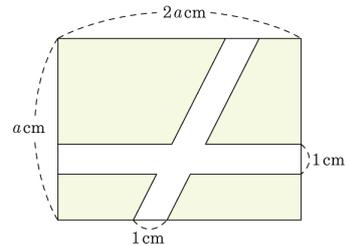
13. $(3x - 2)(3x + 2y - 2)$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [배점 4, 중중]

- ① -16 ② -12 ③ -8
④ 4 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2)(3x + 2y - 2) \text{를 전개했을 때 } x \text{ 항이 나오는} \\ & \text{경우는} \\ & 3x \times (-2) + (-2) \times 3x = -12x \\ \therefore x \text{의 계수} &: -12 \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 가로 $2a\text{cm}$, 세로 $a\text{cm}$ 인 직사각형 안에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 빗금 친 부분의 넓이는 얼마인가?



[배점 4, 중중]

- ① $a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
② $2a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
③ $2a^2 - 3a + 1$ (cm^2)
④ $a^2 + 3a - 1$ (cm^2)
⑤ $2a^2 - 1$ (cm^2)

해설

$$\begin{aligned} S &= (2a - 1)(a - 1) \\ &= 2a^2 - 3a + 1 \end{aligned}$$

15. $(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은? [배점 4, 중중]

- ① -19 ② -2 ③ 8
④ 14 ⑤ 28

해설

$(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)$
 $= \{(x-1)(x+7)\}\{(x+2)(x+4)\}$
 $= (x^2 + 6x - 7)(x^2 + 6x + 8)$
 x^2 이 나오는 항은 $8x^2 + 36x^2 - 7x^2 = 37x^2$ 이다.
 따라서, x^2 의 계수는 37이고, 상수항은 -56이 되므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $37 - 56 = -19$ 이다.

16. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1004

해설

$$\frac{(1004-1)(1004+1)+1}{1004} = \frac{1004^2-1+1}{1004} = 1004$$

17. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$x-y = A, x+2y = B$ 라 하면
 $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$
 $= (A+2)(A+3) - (B-3)^2$
 $= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$
 $= (x-y)^2 + 5(x-y) + 6 - (x+2y)^2 + 6(x+2y) - 9$
 $= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$
 $= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$
 \therefore 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 :
 $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

18. $(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $3ac + 3bd$ ② $4ac + 4bd$ ③ $5ad + 5bc$
④ $4ad - 4bc$ ⑤ $5ad - 5bc$

해설

$(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d)$
 $= \{(a+c) + (b-d)\}\{(a+c) - (b-d)\} + \{(b+d) + (a-c)\}\{(b+d) - (a-c)\}$
 $= (a+c)^2 - (b-d)^2 + (b+d)^2 - (a-c)^2$
 $= a^2 + 2ac + c^2 - b^2 + 2bd - d^2 + b^2 + 2bd + d^2 - a^2 + 2ac - c^2$
 $= 4ac + 4bd$

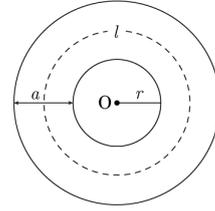
19. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d)+(a+b-c+d)(a-b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
 ④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d) \\ &= \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\} \\ &= (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

20. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



[배점 5, 중상]

- ① $S = a + l$ ② $S = a - l$
 ③ $S = -a + l$ ④ $S = al$
 ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned} l &= (a + 2r)\pi \\ S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar)\pi \\ \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al \end{aligned}$$

21. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 전개식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + x$ ④ $x^2 + x - 36$
 ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a - 6) = a^2 - 6a \\ (a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7) &= \\ &= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\} \\ &= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7) \\ &= (x + 8)(x - 7) \\ &= x^2 + x - 56 \end{aligned}$$

22. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + 6$ ④ $x^2 + 36$
 ⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) &= \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

23. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5 \\ \therefore x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17 \end{aligned}$$

24. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6$ 일 때, $a^3 - b^3$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답: 4

▶ 정답: $\frac{4}{125}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4, \frac{b - a}{ab} = 4, a - b = -4ab \dots \text{㉠} \\ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6, \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = 6, a^2 + b^2 = 6a^2 b^2 \\ (a - b)^2 + 2ab = 6a^2 b^2 \dots \text{㉡} \\ \text{㉠을 ㉡에 대입하면} \\ (a - b)^2 + 2ab = (-4ab)^2 + 2ab = 6a^2 b^2 \\ 2ab(5ab + 1) = 0 \\ \therefore ab = -\frac{1}{5} (\because ab \neq 0) \dots \text{㉢} \\ \text{㉢을 ㉠에 대입하면 } a - b = \frac{4}{5} \\ \therefore a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ = \left(\frac{4}{5}\right)^3 + 3 \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{4}{5} \\ = \frac{4}{125} \end{aligned}$$

25. $a > 0, b > 0$ 이고, $\frac{4b^2}{a^2} + \frac{a^2}{4b^2} = 14$ 일 때, $\frac{8b^3}{a^3} + \frac{a^3}{8b^3}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$\frac{2b}{a} = A$ 라고 놓으면 $\frac{a}{2b} = \frac{1}{A}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{4b^2}{a^2} + \frac{a^2}{4b^2} &= A^2 + \frac{1}{A^2} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 14 \end{aligned}$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = 4 \quad (a > 0, b > 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{8b^3}{a^3} + \frac{a^3}{8b^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= 4^3 - 3 \cdot 4 \\ &= 52 \end{aligned}$$