

확인학습문제

1. $(x - 8y)^2 = x^2 + axy + by^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

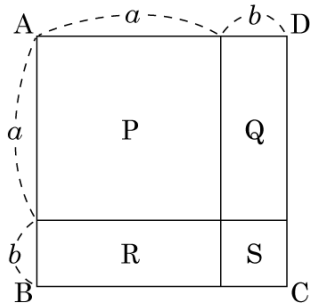
▶ 정답 : 48

해설

$(x - 8y)^2 = x^2 - 16xy + 64y^2$ 이므로 $a = -16$, $b = 64$ 이다.

$\therefore a + b = -16 + 64 = 48$

2. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 사각형 P, Q, R, S 의 넓이의 합과 같다. 이 사실을 이용하여 나타낼 수 있는 곱셈 공식을 골라라.



[배점 2, 하중]

- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 ④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
 ⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

정사각형 ABCD 의 넓이는 $(a + b)^2$ 이다.

$P + Q + R + S$ 는 정사각형 ABCD 의 넓이와 같다.

$P = a^2$, $Q = ab$, $R = ab$, $S = b^2$ 이다.

따라서 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 이다.

3. $(2x - y)(3x + 5y)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

- ① $5x^2 - 3xy - 5y^2$ ② $5x^2 + 10xy - 5y^2$
 ③ $6x^2 - 3xy - 5y^2$ ④ $6x^2 + 7xy - 5y^2$
 ⑤ $6x^2 + 10xy - 5y^2$

해설

$$\begin{aligned} (2x - y)(3x + 5y) \\ &= 6x^2 + 10xy + (-3xy) + (-5y^2) \\ &= 6x^2 + 7xy - 5y^2 \end{aligned}$$

4. $(2x + y - 2)(3x + 2y + 4)$ 를 전개하여 간단히 했을 때, xy 의 계수는? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

전개했을 때 xy 항이 나오는 경우만 계산해 보면

$$2x \times 2y + y \times 3x = 7xy$$

5. $(a + b - 3)(a - b)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

- ① $a^2 - b^2 - a + 3b$ ② $a^2 - b^2 - 3a + b$
 ③ $a^2 - b^2 + a + 3b$ ④ $a^2 - b^2 - 3a - 3b$
 ⑤ $a^2 - b^2 - 3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} (a + b - 3)(a - b) &= \{(a + b) - 3\}(a - b) \\ &= (a + b)(a - b) - 3(a - b) \\ &= a^2 - b^2 - 3a + 3b \end{aligned}$$

6. $(2x-3y)^2 - 4(x-7y)(3x+2y)$ 를 계산하여 간단히 한 식이 $ax^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① -25 ② -9 ③ 9
④ 71 ⑤ 121

해설

$$\begin{aligned} & (2x-3y)^2 - 4(x-7y)(3x+2y) \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4(3x^2 - 19xy - 14y^2) \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 12x^2 + 76xy + 56y^2 \\ &= -8x^2 + 64xy + 65y^2 \\ &\text{따라서, } a+b+c = -8 + 64 + 65 = 121 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. $(2x-a)^2 = 4x^2 + 12x + b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)
[배점 3, 하상]

- ① -12 ② -6 ③ 6
④ 12 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} & (2x)^2 - 2 \times 2x \times a + (-a)^2 = 4x^2 - 4ax + a^2 \\ & \text{이므로} \\ & -4a = 12, \quad a = -3 \\ & b = a^2 = 9 \\ & \therefore a+b = (-3) + 9 = 6 \end{aligned}$$

8. $\left(3a - \frac{1}{2}b\right)\left(3a + \frac{1}{2}b\right)$ 를 전개하면?

[배점 3, 하상]

- ① $3a^2 - \frac{1}{4}b^2$ ② $3a^2 - \frac{1}{2}b^2$
③ $6a^2 - \frac{1}{4}b^2$ ④ $9a^2 - \frac{1}{2}b^2$
⑤ $9a^2 - \frac{1}{4}b^2$

해설

$$(3a)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = 9a^2 - \frac{1}{4}b^2$$

9. $(x+2y)(x-2y)$ 를 전개하면?

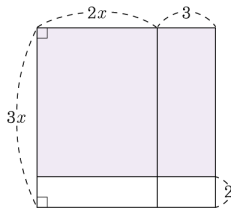
[배점 3, 하상]

- ① $x - 4y$ ② $x^2 - 2y^2$ ③ $2x^2 - 4y^2$
④ $x^2 - 4y^2$ ⑤ $x^2 + 4y^2$

해설

$$x^2 - (2y)^2 = x^2 - 4y^2$$

10. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 3, 중하]

- ① $6x^2 + 5x - 6$ ② $4x^2 + 12x + 9$
 ③ $9x^2 - 12x + 4$ ④ $6x^2 - 5x + 6$
 ⑤ $4x^2 - 5x + 6$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $2x + 3$, 세로의 길이는 $3x - 2$ 이다. 색칠한 부분의 넓이는 $(2x + 3)(3x - 2) = 6x^2 + 5x - 6$ 이다.

11. 곱셈 공식을 이용하여 $(x - a)(3x + 5)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 17 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : $a = -4$

해설

$(x - a)(3x + 5) = 3x^2 + (5 - 3a)x - 5a$
 x 의 계수가 17 이므로
 $5 - 3a = 17$
 $-3a = 12$
 $\therefore a = -4$

12. $(ax - 2)(7x + b)$ 를 전개한 식이 $cx^2 + 10x - 16$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 32

해설

$(ax - 2)(7x + b) = 7ax^2 + (ab - 14)x - 2b$
 $7ax^2 + (ab - 14)x - 2b = cx^2 + 10x - 16$
 $-2b = -16, \therefore b = 8$
 $ab - 14 = 10, 8a - 14 = 10, 8a = 24, \therefore a = 3$
 $7a = c, \therefore c = 21$
 $\therefore a = 3, b = 8, c = 21$
 $\therefore a + b + c = 32$

13. $(2x - 7y + 4)(3x + y)$ 를 전개했을 때, y 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 4

해설

$(2x - 7y + 4)(3x + y) = 6x^2 + 2xy - 21xy - 7y^2 + 12x + 4y = 6x^2 - 19xy - 7y^2 + 12x + 4y$

14. $(4x - 5y + 3)(x + 3y)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 7

해설

$(4x - 5y + 3)(x + 3y) = 4x^2 + 12xy - 5xy - 15y^2 + 3x + 9y = 4x^2 + 7xy - 15y^2 + 3x + 9y$

15. $(4x - 5y + 3)(x + 3y)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$(4x - 5y + 3)(x + 3y) = 4x^2 + 12xy - 5xy - 15y^2 + 3x + 9y = 4x^2 + 7xy - 15y^2 + 3x + 9y$$

16. 한 변의 길이가 xm 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 2m 만큼 늘리고, 세로는 3m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는? [배점 3, 중하]

- ① $(x^2 - 9)m^2$ ② $(x^2 - x - 6)m^2$
 ③ $(x^2 + x - 6)m^2$ ④ $(x^2 - 4x + 4)m^2$
 ⑤ $(x^2 + 6x + 9)m^2$

해설

가로의 길이는 $x + 2$, 세로의 길이는 $x - 3$ 이다.
 $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$

17. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(a + b)^2 = (b + a)^2$
 ② $(-a + b)^2 = (a - b)^2$
 ③ $(-a - b)^2 = (a + b)^2$
 ④ $-(a - b)^2 = (-a + b)^2$
 ⑤ $(a - b)^2 = (b - a)^2$

해설

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(b + a)^2 = b^2 + 2ab + a^2$
 ② $(-a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(-a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ⑤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$
 ④ $-(a - b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -a^2 + 2ab - b^2$
 $(-a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

18. $(2x + y)(3x + 2y)$ 의 전개식에서, xy 의 계수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} (2x + y)(3x + 2y) &= 6x^2 + 4xy + 3xy + 2y^2 \\ &= 6x^2 + 7xy + 2y^2 \\ \therefore xy \text{ 의 계수 : } 7 \end{aligned}$$

19. $(x^2 - 2 + \frac{3}{x^2})(x + \frac{5}{x} + 1)$ 을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수와 x 의 계수의 곱은? [배점 4, 중중]

- ① -21 ② -11 ③ 1
④ 11 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \text{의 항} &: -2 \times \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} \times x = -\frac{10}{x} + \frac{3}{x} = -\frac{7}{x} \\ \frac{1}{x} \text{의 계수} &: -7 \\ x \text{의 항} &: x^2 \times \frac{5}{x} - 2x = 5x - 2x = 3x \\ x \text{의 계수} &: 3 \\ \therefore (-7) \times 3 &= -21 \end{aligned}$$

20. $(x + 3y - 1)(2x + y - 2)$ 를 전개하면? [배점 4, 중중]

- ① $2x^2 + 3x + 5xy + 2y^2 - 2$
② $2x^2 + x + 7xy + 3y^2 - 5$
③ $2x^2 - 4x + 7xy + 3y^2 - 7y + 2$
④ $2x^2 + 4x + 3xy + 3y^2 - 3y - 2$
⑤ $2x^2 - 4x + 7xy + 3y^2 - 5y - 2$

해설

$$\begin{aligned} (x + 3y - 1)(2x + y - 2) \\ = 2x^2 + xy - 2x + 6xy + 3y^2 - 6y - 2x - y + 2 \\ = 2x^2 - 4x + 7xy + 3y^2 - 7y + 2 \end{aligned}$$

21. 다음 중 □ 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 것은? [배점 4, 중중]

- ① $(x - 4)(x + 2) = x^2 - \square x - 8$
② $(-x + 2y)(x + \square y) = -x^2 + 4y^2$
③ $(a + 2)(3a - 4) = 3a^2 + \square a - 8$
④ $(2x + 1)^2 = 4x^2 + \square x + 1$
⑤ $(x + y - 2)(x + y + 2) = x^2 + \square xy + y^2 - 4$

해설

- ①, ②, ③, ⑤ : 2
④ : 4

22. $(x - \frac{A}{4})^2$ 을 전개한 식이 $x^2 + Bx + \frac{1}{16}$ 일 때, $A^2 + 4B^2$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수) [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 2 \times x \times \left(-\frac{A}{4}\right) + \left(-\frac{A}{4}\right)^2 \\ = x^2 - \frac{1}{2}Ax + \frac{A^2}{16} \\ A^2 = 1, B^2 = \frac{1}{4}A^2 \\ \therefore A^2 + 4B^2 = 1^2 + 4 \times \frac{1}{4} = 2 \end{aligned}$$

23. $(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right) &= 12x^2 + \left(-3a + \frac{4}{3}\right)x - \frac{1}{3}a \\ -3a + \frac{4}{3} &= -\frac{1}{3}a \\ \therefore a &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

24. $\left(2x-\frac{1}{4}\right)\left(3x+\frac{1}{2}\right)$ 을 전개하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은? [배점 4, 중중]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{7}{16}$ ③ $-\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

$$\begin{aligned}6x^2 + x - \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} &= 6x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} \\ \therefore \frac{1}{4} - \frac{1}{8} &= \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}\end{aligned}$$

25. $(x-a)(2x+5) = 2x^2 - \frac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b > 0$) [배점 4, 중중]

- ① -20 ② -15 ③ -10
 ④ -5 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right) &= 2x^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 \\ &= 2x^2 - \frac{25}{2} \\ a &= \frac{5}{2}, b = 5 \\ \therefore 2a - b &= 5 - 5 = 0\end{aligned}$$

26. 민수는 $(x-3)(x+6)$ 을 전개하는데 6을 A 로 잘못 보아 x^2+x+B 로 전개하였다. 또, $(4x+2)(x-2)$ 를 전개하는데 x 의 계수 4를 잘못 보아서 Cx^2-4x-4 로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -11 ② -7 ③ -5
 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+A) &= x^2+x+B \text{이므로} \\ A+(-3) &= 1, -3A=B \\ \therefore A &= 4, B = -12 \\ x \text{의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 } D \text{라 하면} \\ (Dx+2)(x-2) &= Cx^2-4x-4 \text{이므로} \\ D &= 3, C = 3 \\ \therefore A+B+C &= -5\end{aligned}$$

27. 학생이는 $(x+2)(x-5)$ 를 전개하는데 -5 를 A 로 잘못 보아 x^2+7x+B 로 전개하였다. 또, $(2x-1)(x+3)$ 을 전개하는데 x 의 계수 2를 잘못 보아서 Cx^2-7x-3 으로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 5 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x+A) &= x^2+7x+B \text{이므로} \\ A+2 &= 7, 2A=B \\ \therefore A &= 5, B=10 \\ x \text{의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 } D \text{라 하면} \\ (Dx-1)(x+3) &= Cx^2-7x-3 \text{이므로} \\ D &= -2, C=-2 \\ \therefore A+B+C &= 13\end{aligned}$$

28. $(2x+ay-5)(x-2y+3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5이다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}2x^2-4xy+6x+axy-2ay^2+3ay-5x+10y-15 \\ = 2x^2+x+(a-4)xy-2ay^2+(3a+10)y-15 \\ 2+1+(a-4)-2a+(3a+10) &= 5 \\ 2a+9 &= 5 \\ \therefore a &= -2\end{aligned}$$

29. $a*b = (a+b)^2$ 으로 정의할 때, $2x*(-y)+x*2y$ 를 간단히 한 식에서 xy 의 계수는? [배점 5, 중상]

- ① $2x^2+2y^2$ ② $3x^2+3y^2$ ③ $4x^2+4y^2$
④ $5x^2+5y^2$ ⑤ $6x^2+6y^2$

해설

$$\begin{aligned}(2x-y)^2+(x+2y)^2 \\ = 4x^2-4xy+y^2+x^2+4xy+4y^2 \\ = 5x^2+5y^2\end{aligned}$$

30. $(2x-3y+1)(2x+3y-1)$ 을 전개하면?

[배점 5, 중상]

- ① $4x^2-3y^2-1$
② $4x^2-9y^2-1$
③ $4x^2-9y^2+6y-1$
④ $4x^2+6y^2-3y-1$
⑤ $4x^2-3y^2+6y-1$

해설

$$\begin{aligned}(2x-3y+1)(2x+3y-1) \\ = \{2x-(3y-1)\}\{2x+(3y-1)\} \\ = (2x)^2-(3y-1)^2 \\ = 4x^2-(9y^2-6y+1) \\ = 4x^2-9y^2+6y-1\end{aligned}$$

31. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -30 ② -24 ③ -18
④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24 \end{aligned}$$

32. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5 \end{aligned}$$

33. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)
[배점 5, 중상]

- ① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} (x+A)(x+B) &= x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8 \\ \text{이므로 } A+B &= C, AB = 8 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } C &= (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

34. $x^2 - x - 7 = 0$ 일 때, $(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -25

해설

$$\begin{aligned} x^2 - x - 7 = 0 &\text{은 } x^2 - x = 7 \text{로 정리한다.} \\ (x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4) \\ &= (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12) \\ &= (7-2)(7-6)(7-12) \\ &= -25 \end{aligned}$$

35. 모서리의 길이가 x, y 인 정육면체 각각 1 개와 8 개, 가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개, 가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 각각 y 인 직육면체 12 개로 정육면체를 만들었다. 이렇게 만들어진 정육면체의 모서리의 길이가 $(ax + by)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

각각의 입체도형의 부피를 구하면

$$(\text{모서리의 길이가 } x \text{ 인 정육면체 1개의 부피}) = x^3$$

$$(\text{모서리의 길이가 } y \text{ 인 정육면체 8개의 부피}) = 8y^3$$

$$(\text{가로와 세로의 길이가 } x \text{ 이고 높이는 } y \text{ 인 직육면체 6개의 부피}) = 6x^2y$$

$$(\text{가로의 길이가 } x \text{ 이고 세로의 길이와 높이가 각각 } y \text{ 인 직육면체 12개의 부피}) = 12xy^2$$

(모서리의 길이가 $(ax + by)$ 인 정육면체의 부피)

$$= (ax + by)^3 = a^3x^3 + 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 + b^3y^3$$

정육면체를 만들고 있는 네 개의 입체도형의 부피

의 합은 만들어진 정육면체의 부피와 같으므로

$$x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2 = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$