

확인학습문제

1. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?
[배점 2, 하중]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$x + y + z = 15$$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $3a^2 \times 4a^3 = 12a^5$
 ㉡ $12a^6 \div 4a^2 = 3a^3$
 ㉢ $(-2x^3y)^2 = -4x^6y^2$
 ㉣ $(2a^2)^3 = 6a^6$
 ㉤ $(-2x)^4 \div 8x^6 = \frac{2}{x^2}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{A} 12a^6 \div 4a^2 = \frac{12a^6}{4a^2} = 3a^4$$

$$\textcircled{B} (-2x^3y)^2 = (-2)^2 \times (x^3)^2 y^2 = 4x^6y^2$$

$$\textcircled{C} (2a^2)^3 = 2^3 \times (a^2)^3 = 8a^6$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $(a^3)^2 \times a^3 = a^9$
 ② $(b^4)^2 \div b^4 = b^2$
 ③ $(c^3)^3 \times (ac^2)^2 \div a^2c^2 = c^{11}$
 ④ $(m^2)^5 \div m^5 = m^5$
 ⑤ $(n^3)^4 \div (n^4)^4 = \frac{1}{n^4}$

해설

$$b^{4 \times 2} \div b^4 = b^{8-4} = b^4 \text{ 이므로 ②가 답이다.}$$

4. 다음 중 옳은 것을 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $5^2 \times 5^3 = 25^5$ ② $(3^3)^3 = 27^9$
 ③ $(-2)^{10} = -2^{10}$ ④ $(2x)^3 = 6x^3$
 ⑤ $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

- ① $5^2 \times 5^3 = 5^5$
 ② $(3^3)^3 = 3^9$
 ③ $(-2)^{10} = 2^{10}$
 ④ $(2x)^3 = 8x^3$

5. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리 의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 2 \times 5 &= 10 \text{ 이므로} \\ 3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 &= 375 \times 10^9 \\ \therefore n &= 12 \end{aligned}$$

6. $3^2 \times (3^3)^2 = 3^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$3^2 \times (3^3)^2 = 3^2 \times 3^6 = 3^8 \text{ 이므로 } x = 8 \text{ 이다.}$$

7. $3^2 = a$ 일 때, 27^4 을 a 를 사용하여 나타내면?
[배점 3, 하상]

① a^2 ② a^3 ③ a^4 ④ a^6 ⑤ a^8

해설

$$27^4 = (3^3)^4 = 3^{12} = (3^2)^6 = a^6$$

8. $a^7 \div a^5 \div \square = 1$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 것은?
[배점 3, 하상]

① a ② a^2 ③ a^3 ④ a^4 ⑤ a^5

해설

지수가 0 이면 밑과 관계없이 그 값은 항상 1 이다.

$\square$ 를 a^x 라 하면

$$a^7 \div a^5 \div \square = a^{7-5-x} = 1$$

따라서 $7-5-x=0$ 이면 $x=2$

$\square = a^2$ 이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $x^2 \times (x^2)^2 = x^6$ ② $(-x)^4 = x^4$
③ $(x^2y)^3 = x^6y^3$ ④ $x^2 \div x^4 = x^2$
⑤ $\left(\frac{x}{y^4}\right)^2 = \frac{x^2}{y^8}$

해설

$$x^2 \div x^4 = \frac{1}{x^2}$$

10. 다음 결과 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $a^2 \times a^4 = a^8$
 ② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$
 ③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$
 ④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$
 ⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

- ① $a^2 \times a^4 = a^6$
 ② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$
 ③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$
 ④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$
 ⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

11. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(a^3)^3 = a^6$
 ② $(a^2)^3 \times a^3 = a^8$
 ③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$
 ④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^5$
 ⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^5b^5$

해설

- ① $(a^3)^3 = a^9$
 ② $(a^2)^3 \times a^3 = a^6 \times a^3 = a^{6+3} = a^9$
 ③ $(x^3)^2 \times (y^3)^3 = x^6y^9$
 ④ $a^2 \times (b^2)^3 = a^2b^6$
 ⑤ $(a^2)^3 \times (b^3)^2 = a^6b^6$

12. 다음 식 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{12}$
 ㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5z^3$
 ㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^6b^4$
 ㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^4y^7z^5$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{2+2+3} = a^7$
 ㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5z^3$
 ㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^{3+2}b^{2+2} = a^5b^4$
 ㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^{1+3}y^{2+5}z^5 = x^4y^7z^5$

13. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$
㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$	㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$
㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} &= \frac{a^3b^3}{81} \\ \text{㉡ } \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 &= \frac{a^3b^2}{27} \\ \text{㉢ } \left(\frac{1}{3}a^2b^2\right)^2 &= \frac{a^4b^4}{9} \\ \text{㉣ } \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} &= \frac{a^3b^3}{81} \\ \text{㉤ } \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} &= \frac{a^3b^4}{81} \\ \text{㉥ } \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 &= \frac{a^2b^3}{27} \end{aligned}$$

14. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a=3, b=2$
 $\therefore a+b=5$

15. 진수는 칠판에 적힌 $(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2$ 을 풀어보았을 때, 다음 중 처음으로 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} &(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2 \dots \text{㉠} \\ &= x^6y^2 \div (-4y^3) \times \left(\frac{2y}{2x}\right)^2 \dots \text{㉡} \\ &= -\left(\frac{x^6}{4y^3}\right) \times \left(\frac{y}{x}\right)^2 \dots \text{㉢} \\ &= -\left(\frac{x^6y}{4xy^3}\right) \dots \text{㉣} \\ &= -\left(\frac{x^5}{4x^4}\right) \dots \text{㉤} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

$$\begin{aligned} &(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2 \\ &= x^6y^2 \div (-8y^3) \times \frac{y^2}{4x^2} \\ &= -\frac{x^6}{8y} \times \frac{y^2}{4x^2} \\ &= -\frac{x^4y}{32} \end{aligned}$$

이다. 처음으로 틀린 곳은 ㉡이다.

16. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^8$

② $3^2 \times 3^3 = 3^6$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^3$

④ $4^3 \times 4^2 = 4^5$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^2$

해설

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^{2+4} = (-1)^6$

② $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^{1+3} = (-2)^4$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^{2+1} = 3^3$

17. 다음 식 중 잘못된 것을 찾으려면?

[배점 3, 중하]

① $a^3 \times a^2 = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{12}$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^9$

해설

① $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^{3+6} = b^9$

18. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \end{aligned}$$

$$a = 8, b = 4, c = 2, d = 1$$

$$\therefore a + b - c - d = 9$$

19. $\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^b}{y^{16}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\left(\frac{x^3}{y^a}\right)^4 = \frac{x^{12}}{y^{4a}} = \frac{x^b}{y^{16}} \text{ 이므로 } 4a = 16$$

따라서 $a = 4$ 이고 $b = 12$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

20. $2^{2004} \times 5^{2008}$ 이 n 자리 의 수일 때 n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2007

해설

$$2^{2004} \times 5^{2004} \times 5^4 = 625 \times 10^{2004}$$

$$\therefore n = 2007$$

21. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

22. $3^4 = A$ 라 할 때, 다음 중 $9^3 \div 9^7$ 의 값과 같은 것은?

[배점 4, 중중]

① A ② A^2 ③ A^3

④ $\frac{1}{A}$ ⑤ $\frac{1}{A^2}$

해설

$$9^3 \div 9^7 = \frac{1}{9^4} = \frac{1}{(3^2)^4} = \frac{1}{(3^4)^2} = \frac{1}{A^2} \text{이다.}$$

23. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+4} &= 2^{2(2x-1)} \\ x+4 &= 2(2x-1) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

24. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a} \\ b &= \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20 \end{aligned}$$

25. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} x^{3b}y^{ab}z^b &= x^{12}y^{16}z^c \\ \text{i) } 3b &= 12, b = 4 \\ \text{ii) } ab &= 16, 4a = 16, a = 4 \\ \text{iii) } b &= c, c = 4 \\ \text{따라서 } a + b + c &= 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

26. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A, B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

[배점 5, 중상]

- ① $144ab$ ② $144a^2b^2$ ③ $144a^3b^3$
 ④ $144a^4b^4$ ⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

27. n 이 자연수일 때, 다음 식을 만족하는 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} = a, (-1)^{n-1} \div (-1)^n = b$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} a &= (-1)^{2n+1} = -1 \\ b &= \frac{(-1)^{n-1}}{(-1)^n} = -1 \\ \therefore a + b &= -2 \end{aligned}$$

28. 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $a = 5$ 이다.
 ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $b = 3$ 이다.
 ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $c = 3$ 이다.
 ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $d = 3$ 이다.
 ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $e = 2$ 이다.

해설

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $320 = 2^6 \times 5$, $a = 6$
 ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $225 = 3^2 \times 5^2$, $b = 2$
 ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $189 = 3^3 \times 7$, $c = 3$
 ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $100 = 2^2 \times 5^2$, $d = 2$
 ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $108 = 2^2 \times 3^3$, $e = 3$

29. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^x &= t \text{ 로 놓으면} \\ 3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x &= 9t + 3t + t = 1053 \\ 13t &= 1053, t = 81 \\ 3^x &= 81 = 3^4 \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

30. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 **자리**의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3 = 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6 = 64 \times 10^9$$

따라서 11 **자리**의 수이다.

31. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n **자리**의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 **자리**의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 **자리**의 수는 3, 9, 7, 1로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

32. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

33. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2}$$

$$= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4}$$

$$= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

34. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

35. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$$\begin{aligned} 6^n &= (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n, \quad 3^n = \frac{6^n}{2^n} = \frac{y}{x} \\ 2^n + 2^{n+1} &= 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n \\ \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} &= (3 \times 2^n) \times 3^{n-1} \\ &= 3^n \times 2^n \\ &= \frac{y}{x} \times x = y \end{aligned}$$