

확인학습문제

1. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수하려면 a 는 7 의 배수이어야 하고, 가장 작은 한 자리의 자연수이므로 7 이다. $\frac{7}{70} = \frac{7}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$ 이므로 $b = 10$ 이다.

따라서 $a + b = 7 + 10 = 17$ 이다.

2. $\frac{1}{2^3 \times 5 \times 7} \times \square$ 가 유한소수로 나타내어질 때, \square 안에 들어갈 수 있는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 한다. 따라서 7 을 약분하려면 \square 안에는 7 의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7 이다.

3. $\frac{1}{12} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{12} \times A = \frac{1}{2^2 \times 3} \times A$ 이므로 3 을 약분할 수 있으려면 A 는 3 의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 3 이다.

4. 분수 $\frac{x}{30}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 가 된다고 한다. $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 $10 < x < 20$ 인 정수) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{x}{30} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5}$$

x 는 3 의 배수이므로 $x = 12, 15, 18$

주어진 분수가 기약분수 $\frac{2}{y}$ 로 되어야 하므로

$$x = 12$$

$$\therefore \frac{x}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}, y = 5$$

$$x - y = 12 - 5 = 7$$

9. $\frac{5}{360}$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려고 한다. 이때, 가장 작은 자연수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

$\frac{5}{360} = \frac{5}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 3^2}$ 이므로 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려면 q 를 곱하면 된다.

10. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{125}$
④ $\frac{5}{55}$ ⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

11. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다. a 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9의 배수이어야 하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63이다. $\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b = 50$ 이다. 따라서 $a+b = 113$ 이다.

12. $\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} \times N$ 이 유한소수로 나타내어 질 때, N 의 값 중에서 가장 작은 자연수는?
[배점 3, 중하]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 11}$ 이므로 N 의 값은 11의 배수가 들어가야 한다.

따라서 가장 작은 수는 11이다.

13. $\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} \times N$ 이 유한소수로 나타내어질 때, N 의 값 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^2 \times 7}$ 이므로 N 의 값은 7 의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7이다.

14. $\frac{3}{392} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는? [배점 3, 중하]

- ① 42 ② 45 ③ 47 ④ 49 ⑤ 50

해설

$\frac{3}{392} = \frac{3}{2^3 \times 7^2}$ 이므로 7^2 을 약분할 수 있으려면 A 는 49 의 배수이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 49이다.

15. $\frac{5}{144} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

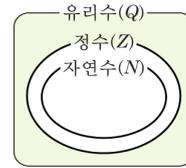
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\frac{5}{144} = \frac{5}{2^4 \times 3^2}$ 이므로 3^2 을 약분할 수 있으려면 A 는 9 의 배수이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 9이다.

16. 다음 보기 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 모두 구하여라.



보기

3, -5, 0, $\frac{9}{4}$, π , $-\frac{7}{6}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4}$

▷ 정답: $-\frac{7}{6}$

해설

정수가 아닌 유리수이므로 $\frac{9}{4}$, $-\frac{7}{6}$ 이다.

17. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $\frac{24}{15}$ ② $\frac{12}{60}$ ③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$
 ④ $\frac{25}{48}$ ⑤ $-\frac{24}{15}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

- ① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$
 ② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$
 ⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$
 이므로 유한소수이다.
 ③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$
 ④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$
 이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

18. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉠에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \textcircled{7}}{5^2 \times \textcircled{1}} = \frac{\textcircled{2}}{100} = \textcircled{3}$$

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 2² ③ 8
 ④ 12 ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉠ = 12

19. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{33}{18}$ ④ $\frac{33}{45}$ ⑤ $\frac{9}{60}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5 뿐이다.

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$
 ⑤ $\frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5}$

20. A가 자연수일 때, $\frac{11}{90} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, 가장 작은 자연수 A를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** A = 9

해설

$\frac{11}{90} = \frac{11}{2 \times 3^2 \times 5}$ 의 분모의 인수가 2나 5뿐이어야 하므로 A는 9의 배수이고 가장 작은 수는 9이다.

21. 분수 $\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 두 자리의 자연수 중에서 a가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 14

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 에서 a는 7의 배수이어야 하므로 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 14이다.

22. $\frac{a}{48}, \frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{112}{a} = \frac{2^4 \times 7}{a}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

23. 분수 $\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 두 자리 자연수 중에서 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $15 \leq a \leq 30$) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 16

▷ 정답: 20

▷ 정답: 25

▷ 정답: 28

해설

$\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수가 되려면, $15 \leq a \leq 30$ 에서 a 의 값은 2 와 5 의 배수이거나 28 이어야 한다.
즉 $a = 16, 20, 25, 28$

24. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5,$

$2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

∴ 10개

25. $\frac{9 \times 6^n}{4}$ 의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수 n 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\frac{9 \times 6^n}{4} = \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2}$$

$$= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n$$

$$= 2^{n-2} \times 3^{n+2}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n - 2 + 1)(n + 2 + 1) = (n - 1)(n + 3) = 77$$

이므로

$$n - 1 = 7, n + 3 = 11$$

$$\therefore n = 8$$