

# 확인학습문제

1. 분수  $\frac{21}{270} \times \square$  가 유한소수가 될 때,  $\square$  값을 모두 골라라. [배점 2, 하중]

- ① 3    ② 6    ③ 9    ④ 12    ⑤ 18

해설

$\frac{21}{270} = \frac{7}{90} = \frac{7}{2 \times 3^2 \times 5}$  에서 유한소수가 되려면  $3^2$  이 약분되어야 하므로  $A$  는  $3^2$  의 배수이어야 한다.

2. 다음 중 색칠한 부분에 속하는 수를 모두 고르면? [배점 2, 하중]



- ①  $\pi$     ②  $-1.\dot{9}$     ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $-6$     ⑤  $0.00\dot{9}i$

해설

$-1.\dot{9} = 2$   
 색칠한 부분은 정수가 아닌 유리수이므로  $\frac{1}{3}$ ,  $0.00\dot{9} = \frac{1}{990}$

3. 분수  $\frac{\square}{2 \times 5^2 \times 3 \times 7}$  가 유한소수로 나타내어질 때,  $\square$  안에 알맞은 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이므로  $\square$  는 3과 7의 공배수이고 최소공배수는 21이다.

4.  $\frac{a}{110}$  를 약분하면  $\frac{1}{b}$  이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 정수  $a + b$  의 값을 구하여라. (단,  $10 < a < 20$ ) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$\frac{a}{110} = \frac{a}{2 \times 5 \times 11}$  가 유한소수가 되어야 하므로  $a$  는 11의 배수이어야 한다.  
 따라서  $a = 11$  이고,  $b = 10$  이다.  
 $\therefore a + b = 11 + 10 = 21$



8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 순환하지 않는 무한소수도 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 순환소수는 모두 유리수이다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ④ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ④ 유리수 중에 순환소수도 있다.
- ⑤ 순환소수는 무리수이다.

9. 다음에서 옳은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 0 이 아닌 유리수는 항상 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
- ⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ② 유한소수는 전부 유리수
- ③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
- ④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.

10.  $\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} \times N$  이 유한소수로 나타내어 질 때, N의 값 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 중하]

- ① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

해설

$\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 11}$  이므로 N의 값은 11의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 수는 11이다.

11.  $\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} \times N$  이 유한소수로 나타내어질 때, N의 값 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^2 \times 7}$  이므로 N의 값은 7의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7이다.

12.  $\frac{3}{392} \times A$  를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A의 값 중 가장 작은 자연수는? [배점 3, 중하]

- ① 42    ② 45    ③ 47    ④ 49    ⑤ 50

해설

$\frac{3}{392} = \frac{3}{2^3 \times 7^2}$  이므로 7<sup>2</sup>을 약분할 수 있으려면 A는 49의 배수이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 49이다.

13.  $\frac{5}{144} \times A$  를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

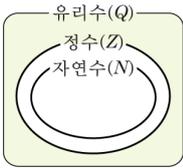
▶ 정답: 9

해설

$\frac{5}{144} = \frac{5}{2^4 \times 3^2}$  이므로  $3^2$  을 약분할 수 있으려면 A 는 9 의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 9이다.

14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 구하여라.



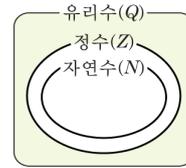
[배점 3, 중하]

- ①  $\frac{6}{3}$       ②  $-1.52$       ③ 0  
 ④  $-\frac{42}{7}$       ⑤  $\pi$

해설

- ①  $\frac{6}{3} = 2$ , 자연수  
 ②  $-1.52 = -\frac{152}{100}$ , 정수가 아닌 유리수  
 ③ 정수  
 ④  $-\frac{42}{7} = -6$ , 정수  
 ⑤  $\pi$  는 순환하지 않는 무한소수로 유리수가 아니다.

15. 다음 보기 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 모두 구하여라.



보기

3, -5, 0,  $\frac{9}{4}$ ,  $\pi$ ,  $-\frac{7}{6}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답:  $\frac{9}{4}$

▶ 정답:  $-\frac{7}{6}$

해설

정수가 아닌 유리수이므로  $\frac{9}{4}$ ,  $-\frac{7}{6}$  이다.

16. 다음 분수 중 유탄소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

- |                   |                                     |
|-------------------|-------------------------------------|
| ㉠ $-\frac{7}{20}$ | ㉡ $\frac{7}{2^2 \times 3 \times 5}$ |
| ㉢ $\frac{7}{25}$  | ㉣ $\frac{3}{2 \times 3^3}$          |
| ㉤ $\frac{4}{23}$  |                                     |

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유탄소수로 나타낼 수 있다.

㉠  $-\frac{7}{20} = -\frac{7}{2^2 \times 5}$ , ㉢  $\frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$   
 이므로 유탄소수이다.

17. 다음 분수 중 유탄소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- |                   |                                     |
|-------------------|-------------------------------------|
| ㉠ $-\frac{7}{30}$ | ㉡ $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$ |
| ㉢ $\frac{7}{125}$ | ㉣ $\frac{5}{2 \times 3^2}$          |
| ㉤ $\frac{4}{18}$  |                                     |

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유탄소수로 나타낼 수 있다.

㉡  $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$ , ㉢  $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$   
 이므로 유탄소수이다.

18.  $\frac{a}{140}$ 는 유탄소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면  $\frac{7}{b}$ 과 같을 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라. (단,  $90 < a < 100$ ) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유탄소수이므로  $a$ 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로  $a$ 는  $7 \times 7 = 49$ 이다.

조건에서  $a$ 가  $90 < a < 100$ 이므로

$a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서  $b = 10$   
 $\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

19. 분수  $\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 고치면 유탄소수이고, 기약분수로 고치면  $\frac{1}{b}$ 이다. 이때,  $a-b$ 의 값은?(단,  $2 < a < 10$ ) [배점 4, 중중]

㉠ -11

㉡ -9

㉢ -2

㉣ 1

㉤ 5

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유탄소수가 되어야 하므로,  $a$ 의 값은 9가 된다. 이것을 기약분수로 고치면,  $\frac{1}{2^2 \times 5}$ 이므로,  $b$ 의 값은 20이 된다.

$\therefore a - b = 9 - 20 = -11$

20.  $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$  를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면  $\frac{3}{b}$  이다.  $a$  가 10 미만인 홀수일 때,  $a + b$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 28    ② 29    ③ 30    ④ 31    ⑤ 32

**해설**

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$  를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로  $a$  의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고  $a$  가 10 미만의 홀수이므로  $a$  는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면  $\frac{3}{b}$  이어야 하므로  $a = 9$  이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

21.  $\frac{3}{4}$  을 분수  $\frac{a}{10^n}$  의 꼴로 고칠 때,  $a + n$  의 최솟값은? [배점 4, 중중]

- ① 69    ② 72    ③ 75    ④ 76    ⑤ 77

**해설**

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a + n = 75 + 2 = 77$$

22. 다음은  $\frac{21}{120}$  의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

[배점 4, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 50

**해설**

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{ 에서}$$

A, B 에 들어가는 숫자는 각각  $5^2$  이다.

$$\therefore A + B = 50$$

23. 분수  $\frac{\square}{2 \times 5^2 \times 3 \times 7}$  이 유한소수로 나타내어질 수 있는 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 2    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 21

**해설**

유한소수로 나타내기 위해서는 분모가 2 나 5 로만 이루어져야 한다.

따라서 분모의 3 과 7 을 인수로 가진 수를 보기에서 고르면 ⑤이다.

24.  $\frac{23}{150} \times x$  를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때,  $x$ 에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는?  
[배점 4, 중중]

- ① 5    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 3

해설

$\frac{23}{150} \times x = \frac{23}{2 \times 3 \times 5^2} \times x$ 에서 유한소수이므로  $x = 3$ 의 배수이면서 가장 작은 자연수는 3이다.

25.  $\frac{1}{2}$  과  $\frac{3}{5}$  사이의 분수 중 분모가 60 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답:  $\frac{33}{60}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} < \frac{x}{60} < \frac{3}{5} = \frac{36}{60}$  을 만족하는  $x$  는  $30 < x < 36$  인 3 의 배수이어야 한다.

26.  $\frac{a}{48}$  를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면  $\frac{3}{b}$  이라고 할 때, 이것을 만족하는  $b$ 의 값을 모두 합하면?(단,  $a, b$ 는 자연수)  
[배점 5, 중상]

- ① 20    ② 24    ③ 28    ④ 48    ⑤ 63

해설

$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$  이므로 유한소수가 되려면  $a$ 는 3의 배수이어야 한다.

기약분수가  $\frac{3}{b}$  이라고 하였으므로,

$a$ 는  $9 \times (2$ 의 거듭제곱),  $b$ 는 3보다 큰 2의 배수가 되어야 한다.

$a = 9, b = 16$  또는  $a = 9 \times 2, b = 8$  또는

$a = 9 \times 4, b = 4$

$\therefore 16 + 8 + 4 = 28$

27.  $\frac{1}{6}$  과  $\frac{3}{4}$  사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$\frac{1}{6}$  과  $\frac{3}{4}$  의 분모를 24로 통분하면  $\frac{4}{24}, \frac{18}{24}$

$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면  $x$ 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

28. 분수  $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$  을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서  $a$ 가 될 수 있는 가장 큰 수  $x$ , 100 초과인 자연수 중에서  $a$ 가 될 수 있는 가장 작은 수  $y$ 일 때,  $y - x$  를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4      ② 20      ③ 24      ④ 37      ⑤ 50

**해설**

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,  
 $a$ 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.  
 100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는  
 $2^5 \times 3 = 96$  이고,  
 100 초과인 자연수 중 가장 작은 수는  $2^3 \times 5 \times 3 = 120$  이 된다.  
 따라서, 두 수의 차는  $y - x = 120 - 96 = 24$  이다.

29. 분수  $\frac{7 \times a}{84}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때,  $a$ 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 99

**해설**

$\frac{7 \times a}{84} = \frac{7 \times a}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{a}{2^2 \times 3}$  이므로  $a$ 는 3의 배수이어야 유한소수가 된다.  
 따라서 3의 배수 중 가장 큰 두 자리의 정수는  $3 \times 33 = 99$  이다.

30.  $\frac{12}{a}$  를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2인 유한소수가 될 때, 자연수  $a$ 의 값을 모두 더한 것은? (단,  $a > 12$ ) [배점 5, 중상]

- ① 142      ② 146      ③ 150  
 ④ 154      ⑤ 158

**해설**

$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots$  이고,  
 $0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$   
 $0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40}$  이므로  $a = 48, 50, 60$  이다.

31.  $\frac{a}{84}$  를 약분하면  $\frac{1}{b}$  이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다.  $a$ 가 두 자리의 정수일 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라. (단,  $10 < a < 30$ ) [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 17

**해설**

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 7}$  이 유한소수가 되려면  $a$ 는 21의 배수  
 즉,  $a = 21$ ,  
 $\frac{21}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{4}$ ,  $b = 4$   
 $\therefore a - b = 17$

32.  $\frac{9 \times 6^n}{4}$  의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수  $n$  을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{9 \times 6^n}{4} &= \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2} \\ &= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n \\ &= 2^{n-2} \times 3^{n+2} \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n-2+1)(n+2+1) = (n-1)(n+3) = 77$$

이므로

$$n-1 = 7, n+3 = 11$$

$$\therefore n = 8$$

33.  $3^n(2^n + 2^{n+1})$  의 약수의 개수가 30 개일 때, 자연수  $n$  을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} 3^n(2^n + 2^{n+1}) &= 3^n(2^n + 2 \times 2^n) \\ &= 3^n \times 3 \times 2^n \\ &= 3^{n+1} \times 2^n \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는  $(n+2)(n+1) = 30$  이므로

$$n+2 = 6, n+1 = 5$$

$$\therefore n = 4$$

34. 집합  $A = \{x \mid 1 < x < 60 \text{인 자연수}\}$ , 집합  $B = \left\{x \mid \frac{5}{x} \text{는 무한소수}\right\}$  일 때,  $n(A \cap B)$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 46

해설

$\frac{5}{x}$  가 유한소수가 되려면  $\frac{5}{2^a \times 5^b}$  의 꼴이어야 하

므로

$\frac{5}{2^a}$  의 꼴이 되는 분수는  $a = 1, 2, 3, 4, 5$  일 때의

5 개

$\frac{5}{2^a \times 5}$  의 꼴이 되는 분수는  $a = 1, 2, 3$  일 때의

3 개

$\frac{5}{2^a \times 5^2}$  의 꼴이 되는 분수는  $a = 1, 2$  일 때의

2 개

$\frac{5}{5^b}$  의 꼴이 되는 분수는  $b = 1, 2$  일 때의 2 개

따라서 유한소수는  $5+3+2+2 = 12$  (개) 이므로

유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$$58 - 12 = 46 \text{ (개)}$$

35. 두 분수  $\frac{3}{168}, \frac{7}{220}$  에 어떤 자연수  $n$  을 곱한 값은 모두 유한소수가 된다.  $n$  이 500 이하의 자연수일 때, 이 조건을 만족하는  $n$  의 최댓값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 462

해설

$$\frac{3}{168} \times n = \frac{3}{2^3 \times 3 \times 7} = \frac{1 \times n}{2^3 \times 7}$$

$$\frac{7}{220} \times n = \frac{7}{2^2 \times 5 \times 11}$$

이 두수가 모두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로  $n$  는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수로서 500 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 462 이다.