

문제 풀이 과제

1. x 와 y 의 관계식이 $y = 4x - 5$ 로 정해지는 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 $f(f(2))$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$f(2) = 4 \times 2 - 5 = 3$$

$$\therefore f(f(2)) = f(3) = 4 \times 3 - 5 = 7 \text{ 이다.}$$

2. 다음 보기에서 함수 $y = 4x$ 의 그래프 위에 있는 점을 모두 골라라.

보기

A(-4, -1) B(0, 0) C(-2, 8)

D(-3, 12) E(-4, -16) F(3, 12)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : B

▶ 정답 : E

▶ 정답 : F

해설

$$A : -1 \neq 4 \times (-4)$$

$$B : 0 = 4 \times 0$$

$$C : 8 \neq 4 \times (-2)$$

$$D : 12 \neq 4 \times (-3)$$

$$E : -16 = 4 \times (-4)$$

$$F : 12 = 4 \times 3$$

3. 점 A $(-2, \frac{3}{2})$ 에 대하여 x 축에 대하여 대칭인 점의 좌표는? [배점 3, 하상]

① $(\frac{3}{2}, -2)$

② $(\frac{3}{2}, 2)$

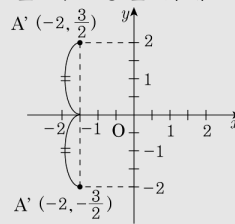
③ $(-2, -\frac{3}{2})$

④ $(2, -\frac{3}{2})$

⑤ $(2, \frac{3}{2})$

해설

점 A $(-2, \frac{3}{2})$ 에 대하여 x 축에 대하여 대칭인 점을 좌표평면 위에 그리면 다음과 같다.



4. 함수 $y = \frac{a}{x}$ 에 대하여 $f(-3) = 4$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$f(-3) = \frac{a}{-3} = 4 \therefore a = -12$$

$$f(x) = -\frac{12}{x}$$

$$\therefore f(-2) = -\frac{12}{-2} = 6$$

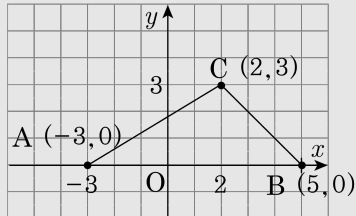
5. 세 점 $A(-3, 0), B(5, 0), C(2, 3)$ 으로 이루어진 삼각형 ABC 의 넓이는? [배점 3, 하상]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

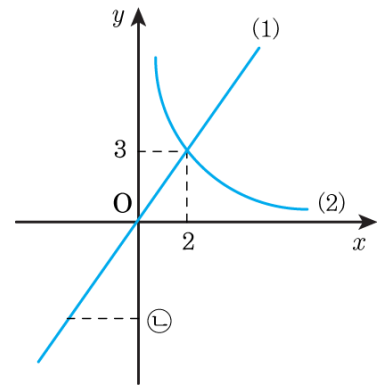
세 점 $A(-3, 0), B(5, 0), C(2, 3)$ 를 좌표평면에

그리면,



삼각형 ABC 는 밑변이 $AB = 8$, 높이가 3 인 삼각형이다. 따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

6. 아래 그래프의 설명 중 틀린 것은?



[배점 3, 하상]

- ① (2) 의 그래프는 (3, 2)를 지난다.
 ② (1) 의 함수식은 $y = \frac{2}{3}x$ 이다.
 ③ $y = \frac{3}{2}x$ 의 그래프는 ㉠의 부분을 지난다.
 ④ (2) 의 함수식은 $y = \frac{6}{x}$ 이다.
 ⑤ (1)은 $(-4, -6)$ 을 지나는 정비례 함수이다.

해설

② $y = ax$ 에 (2, 3) 을 대입해 보면 $3 = 2a$
 $a = \frac{3}{2}$ 이므로 함수식은 $y = \frac{3}{2}x$

7. 가로 길이, 세로 길이가 각각 x , y 인 직사각형의 넓이가 8cm^2 이다. x 와 y 사이의 관계식을 구하면?
[단, $x > 0$] [배점 3, 하상]

- ① $y = 8x$ ② $y = \frac{1}{8}x$ ③ $y = 4x$
 ④ $y = \frac{8}{x}$ ⑤ $y = -\frac{8}{x}$

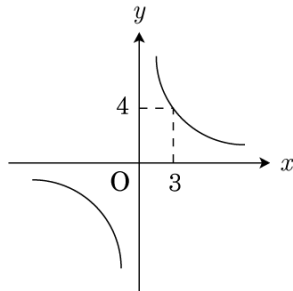
해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로)이므로

$$8 = x \times y$$

$$y = \frac{8}{x}$$

8. 함수 $y = \frac{a}{x}$ 가 다음과 같을 때, 그래프 위의 점은?
[배점 3, 하상]



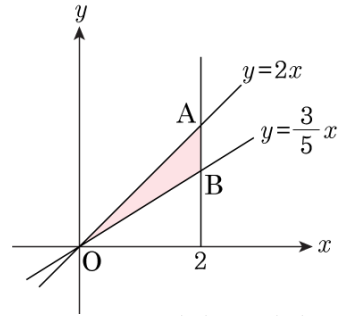
- ① $(0, 0)$ ② $(-2, 6)$ ③ $(6, -2)$
 ④ $(-3, 3)$ ⑤ $(-4, -3)$

해설

$y = \frac{a}{x}$ 가 점 $(3, 4)$ 를 지나므로 $4 = \frac{a}{3}$, $a = 12$ 이다.

따라서 $(-4, -3)$ 은 $y = \frac{12}{x}$ 위에 있다.

9. 다음 그림과 같이 점 $(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 A, B라 한다. 삼각형 AOB의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① 2 ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

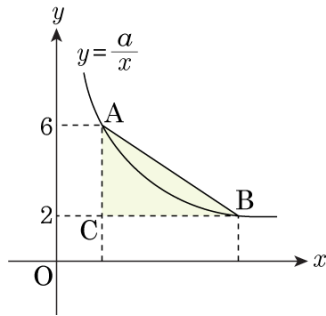
해설

점 A의 좌표는 $(2, 4)$, 점 B의 좌표는 $(2, \frac{6}{5})$

이므로

삼각형 AOB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{6}{5}\right) \times 2 = \frac{14}{5}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 12이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

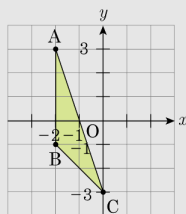
$$\begin{aligned}
 y = 6 \text{ 일 때 } 6 &= \frac{a}{x} \text{ 에서 } x = \frac{a}{6} \therefore A\left(\frac{a}{6}, 6\right) \\
 y = 2 \text{ 일 때 } 2 &= \frac{a}{x} \text{ 에서 } x = \frac{a}{2} \therefore B\left(\frac{a}{2}, 2\right) \\
 \therefore (\text{삼각형 ACB의 넓이}) &= \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{6}\right) \times 4 \times \frac{1}{2} = 12 \\
 \frac{3a - a}{6} &= \frac{a}{3} = 6 \therefore a = 18
 \end{aligned}$$

11. 세 점 A(-2, 3), B(-2, -1), C(0, -3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



삼각형 ABC는 밑변 $(\overline{AB})$ 의 길이가 4, 높이가 2이다.

$$(\text{삼각형 ABC의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

12. 함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 에 대하여 $f(-3) = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{a}{x} \text{ 에서 } \\
 f(-3) &= \frac{a}{-3} = \frac{4}{3} \\
 \therefore a &= -4
 \end{aligned}$$

13. 정의역이 $\{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 인 함수 $y = -\frac{12}{x} + 1$ 의 공역이 될 수 있는 집합을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $\{x|x \text{는 } 0 \text{ 보다 작은 유리수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 정수}\}$
- ③ $\{x||x| < 3 \text{인 유리수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } -12 \leq x < 1 \text{인 유리수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 홀수}\}$

해설

공역은 치역의 원소를 모두 포함하는 집합이어야 한다.

정의역이 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이므로,

$y = -\frac{12}{x} + 1$ 에서

$f(1) = -11, f(2) = -5, f(3) = -3, f(4) = -2, f(6) = -1,$

$f(8) = -\frac{1}{2}, f(12) = 0, f(24) = \frac{1}{2}$

이므로 치역은 $\{-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$ 이다.

① $\frac{1}{2} > 0$ 이므로 공역이 될 수 없다.

② $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 가 정수가 아니므로 공역이 될 수 없다.

③ $|-11| > 3, |-5| > 3, |-3| > 3$ 이므로 공역이 될 수 없다.

④ $-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ 이 모두 포함되므로 공역이 될 수 있다.

⑤ -2 는 짝수이고, $-\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{2}$ 는 분수이므로 공역이 될 수 없다.

따라서 치역의 원소 $-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ 이 모두 포함되어 있는 집합은 $\{x|x \text{는 } -12 \leq x < 1 \text{인 유리수}\}$ 이다.

14. 함수 $f(x) = 2x + 3$ 에 대하여 $f(-1) + f(2)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(-1) = 2 \times (-1) + 3 = 1$

$f(2) = 2 \times 2 + 3 = 7$ 이므로,

$f(-1) + f(2) = 1 + 7 = 8$ 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것을 골라라 [배점 3, 중하]

- ① x 좌표가 -2 이고, y 좌표가 4 인 점은 $(-2, 4)$ 이다
- ② x 축 위에 있고, x 좌표가 7 인 점은 $(7, 0)$ 이다
- ③ y 축 위에 있고, y 좌표가 -5 인 점은 $(0, -5)$ 이다
- ④ $(1, -1)$ 과 $(-1, 1)$ 은 같은 사분면에 있는 점이다.
- ⑤ $(-5, 7)$ 과 $(-7, 5)$ 는 같은 사분면에 있는 점이다.

해설

④ 점 $(1, -1)$ 은 제4사분면 위에 있고 점 $(-1, 1)$ 은 제2사분면 위에 있다.

16. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것을 구하여라.

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| ㉠ $y = 2x$ | ㉡ $y = \frac{2}{3}x - 1$ |
| ㉢ $y = \frac{12}{x}$ | ㉣ $y = (x \text{ 의 약수})$ |
| ㉤ $y = 6x + 1$ | |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.

㉣은 2 이상의 x 의 약수는 2개 이상이다.

17. 다음 보기 중 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 한 개에 100원 하는 지우개 x 개의 값 y 원
- ㉡ 한 변의 길이 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm
- ㉢ 절댓값이 x 인 수
- ㉣ 자연수 x 의 약수의 개수 y 개

[배점 3, 중하]

- | | |
|--------------|-----------|
| ① ㉠, ㉡, ㉣ | ② ㉠, ㉡, ㉣ |
| ③ ㉠, ㉢, ㉣ | ④ ㉡, ㉢, ㉣ |
| ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ | |

해설

㉠, ㉡, ㉣은 x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.

㉠ $y = 100x$

㉡ $y = 3x$

㉣ $y = (\text{자연수 } x \text{ 의 약수의 개수})$

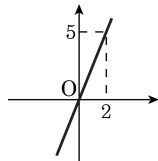
18. 함수 $y = ax$ ($a \neq 0$)의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가하는 증가 함수이다.
- ② $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소하는 감소 함수이다.
- ③ 항상 원점을 지난다.
- ④ $f(1) + f(-1) = 0$ 이다.
- ⑤ 항상 오른쪽 위로 향한다.

해설

⑤ $a > 0$ 일 때, 오른쪽 위로 향하고 $a < 0$ 일 때, 왼쪽 위로 향한다.

19. 다음 그림은 함수 $y = ax$ 의 그래프이다. 함수의 식을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = \frac{5}{2}x$

해설

이 그래프는 (2, 5)를 지나므로, $a = \frac{5}{2}$ 이다.

20. 넓이가 36cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이가 $y\text{cm}$ 라 하자. 이때, y 는 x 의 함수임을 설명하고, 이 함수의 관계식을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = \frac{36}{x}$

해설

x 의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.

이 함수의 관계식은 $xy = 36$ 이다. 따라서 $y = \frac{36}{x}$ 이다.

21. 정의역이 $\{-1, 0, 1, 2\}$ 이고, 공역이 수 전체의 집합인 함수 $f(x) = (x \text{의 절댓값})$ 의 치역은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{0, 1\}$
- ② $\{0, 2\}$
- ③ $\{1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2\}$
- ⑤ $\{1, 0, -1\}$

해설

$f(x) = (x \text{의 절댓값})$ 이므로

$f(-1) = |-1| = 1$, $f(0) = |0| = 0$, $f(1) = |1| = 1$, $f(2) = |2| = 2$

$\therefore$ 치역 $\{0, 1, 2\}$

22. 점 $\left(-\frac{3}{16}, \square\right)$ 는 함수 $y = \frac{8}{3}x$ 의 그래프 위에 있다. $\square$ 안에 수를 a 라고 할 때, $5a + \frac{1}{2}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -2

해설

점 $\left(-\frac{3}{16}, \square\right)$ 가 함수 $y = \frac{8}{3}x$ 의 그래프 위에 있는 경우, $y = \frac{8}{3}x$ 에 x 대신 $-\frac{3}{16}$, y 대신 $\square$ 을 대입하면 등식이 성립한다.

$$\therefore \square = \frac{8}{3} \times \left(-\frac{3}{16}\right)$$

$$\square = -\frac{1}{2} = a \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 5a + \frac{1}{2} = 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = -2$$

23. 다음 중 함수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 5%의 소금물 x g에 포함된 소금 y g
- ② 자연수 x 를 3으로 나눌 때 나머지 y
- ③ 반지름의 길이가 x cm 인 원의 넓이 y cm²
- ④ 1 개에 40 원하는 물건 x 개의 값 y 원

- ⑤ 자연수 x 보다 작은 소수 y

해설

⑤ (반례) 자연수 6 보다 작은 소수는 2, 3, 5 : 3 개

24. 점 $P(ab, bc)$ 가 원점이 아닌 x 축 위에 있을 때, 다음 중 알맞은 것은? [배점 4, 중중]

① $a = 0, b = 0, c = 0$

② $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$

③ $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$

④ $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$

⑤ $a = 0, b \neq 0, c = 0$

해설

x 축 위에 있는 수는 y 좌표가 0 이므로 $y = 0$ 이며,

원점 위에 있는 수가 아니므로 적어도 x 의 좌표, y 의 좌표 중 하나는 0 이 아니다.

따라서 점 P 의 x 좌표는 0 이 아니고, y 좌표는 0 이다.

$$\therefore ab \neq 0, bc = 0 \text{ 이므로}$$

$ab \neq 0$ 에서 $a \neq 0, b \neq 0$ 이고, $bc = 0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로 $c = 0$ 이다.

25. 점 $P(a, b)$ 가 y 축 위에 있고, y 좌표가 12 일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

y 축 위에 있는 수는 x 좌표가 0 이므로

x 좌표가 0 이고, y 좌표가 12 인 점의 좌표를 찾으면 $(0, 12)$ 이다.

따라서 $a = 0, b = 12$ 이므로 $a + b = 12$ 이다

26. 두 함수 $f(x) = -\frac{5x}{3} + 2$, $g(x) = 3x - 7$ 에 대하여 $f(6) = a$, $g(3) = b$ 일 때, $\frac{3a+6b}{4}$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} f(6) &= -\frac{5 \times 6}{3} + 2 = -8 = a, g(3) = 3 \times 3 - 7 = 2 = b \\ \therefore \frac{3a+6b}{4} &= \frac{3 \times (-8) + 6 \times (2)}{4} = -3 \end{aligned}$$

27. 좌표평면에 대한 설명으로 다음 중 옳은 것을 고르면?
[배점 4, 중중]

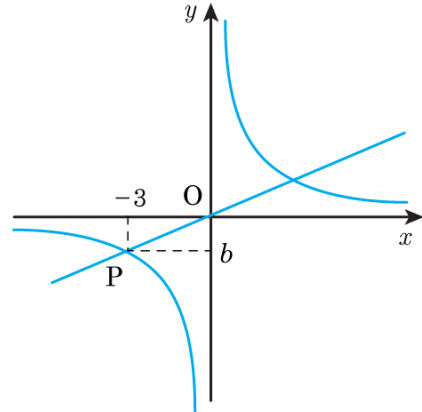
- ① 점 (2, 0)은 y 축 위의 점이다.
② 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.
③ 점 (99, -99)는 제 2 사분면 위의 점이다.
④ 점 (0, -101)은 x 축 위의 점이다.
⑤ 점 $(23, \frac{1}{2})$ 은 제 2 사분면 위의 점이다.

해설



좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

28. 다음 그림의 $y = \frac{1}{3}x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프에서 교점 P의 좌표가 (-3, b)일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



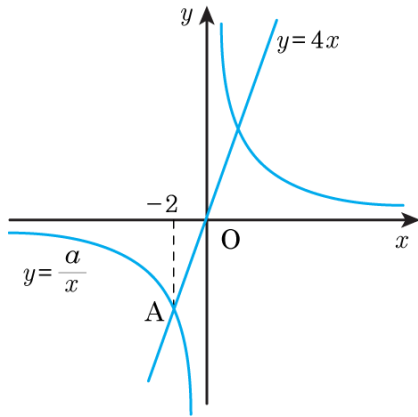
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times (-3) &= b \quad \therefore b = -1 \\ \frac{a}{-3} &= -1 \quad \therefore a = 3 \\ \therefore a+b &= 3 + (-1) = 2 \end{aligned}$$

29. 다음 그림은 두 함수 $y = 4x, y = \frac{a}{x}$ 의 그래프이다. 두 그래프의 제 3사분면 위의 교점 A의 x 좌표가 -2 일 때, a 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① -16 ② -8 ③ 0
④ 8 ⑤ 16

해설

x 가 -2 일 때, $y = 4x$ 을 지나므로 이 때의 y 는 -8 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 가 $(-2, -8)$ 을 지나므로
 $\frac{a}{-2} = -8 \therefore a = 16$

30. 다음 함수의 그래프 중에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $y = -\frac{1}{3}x$ ② $y = -\frac{8}{x}$ ③ $y = \frac{4}{x}$
④ $y = \frac{1}{5x}$ ⑤ $y = \frac{x}{8}$

해설

x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 것은 $a > 0$ 일 때는 $y = ax$ 이고 $a < 0$ 일 때는 $y = \frac{a}{x}$ 이다.

31. 정의역 X 와 공역 Y 가 각각 $X = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}, Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 인 함수 $f(x) = (x \text{보다 작은 소수의 개수})$ 의 치역을 A 라 할 때, $n(A)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = (x \text{보다 작은 소수의 개수})$ 에서

$x = 1$ 일 때 $y = 0, x = 2$ 일 때 $y = 0$

$x = 3$ 일 때 $y = 1, x = 4$ 일 때 $y = 2$

$x = 5$ 일 때 $y = 2, x = 6$ 일 때 $y = 3$

$x = 7$ 일 때 $y = 3, x = 8$ 일 때 $y = 4$

$x = 9$ 일 때 $y = 4, x = 10$ 일 때 $y = 4$

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 이므로 $n(A) = 5$

32. x 에 대한 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y), f(1) = 3$ 을 만족할 때, $2f(0) + \frac{f(2)}{3}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$f(1)f(0) = f(1+0)$ 에서 $3f(0) = 3$ 이고, $f(0) = 1$ 이다.

$x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$f(1)f(1) = f(1+1)$ 이고, $9 = f(2)$ 에서 $f(2) = 9$ 이다.

$\therefore 2f(0) + \frac{f(2)}{3} = 2 \times 1 + \frac{9}{3} = 5$

33. $f(x) = a(x-1) + 2x + 1$ 이 $f(2) = 7$ 을 만족할 때,
 $f(1) + f(4) = 2f(b) + 2$ 를 만족하는 b 의 값에 대하여
 $a + \frac{b}{3}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{11}{4}$

해설

$f(x) = (a+2)x - (a-1)$ 이므로 $f(2) = 7$ 에서
 $7 = 2(a+2) - a + 1$ 이다.

$$\therefore a = 2$$

즉, $f(x) = 4x - 1$ 이고

$$f(1) + f(4) = 3 + 15 = 18 \text{ 이므로}$$

$$2f(b) + 2 = 18 \text{ 에서}$$

$$8b - 2 = 16 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = \frac{9}{4}$$

$$\therefore a + \frac{b}{3} = 2 + \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

34. 300g의 소금물 속에 들어 있는 소금의 양은 30g이다.
 이 소금물 x g 속에 들어 있는 소금의 양을 y g이라 할
 때, x 와 y 사이의 관계식은? [배점 5, 중상]

① $y = 20x$ ② $y = 10x$ ③ $y = 2x$

④ $y = \frac{1}{10}x$ ⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

$$300 : 30 = x : y$$

$$30x = 300y$$

$$y = \frac{1}{10}x$$

35. 좌표평면 위에서 제 1사분면은 집합 $\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ 과 같이 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 제 4사분면을 집합으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $\{(x, y) \mid x > 0, y < 0\}$

② $\{(x, y) \mid x < 0, y < 0\}$

③ $\{(x, y) \mid x < 0, y > 0\}$

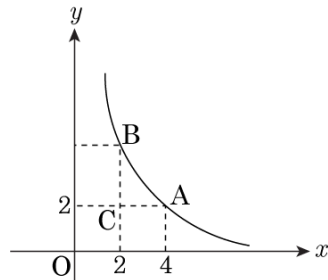
④ $\{(x, y) \mid x \geq 0, y \leq 0\}$

⑤ $\{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$

해설

x 좌표는 양수, y 좌표는 음수이면 제 4사분면의 점이다.

36. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있을 때, 함수 $y = bx$ 의 그래프가 선분 AB를 만나기 위한 b 의 값의 범위를 구한 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2} \leq b \leq \frac{3}{2}$ ② $1 \leq b \leq \frac{3}{2}$
 ③ $\frac{1}{2} \leq b \leq 2$ ④ $\frac{1}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$
 ⑤ $1 \leq b \leq \frac{5}{2}$

해설

점 (4, 2)은 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로
 $2 = \frac{a}{4}$, $a = 8 \therefore y = \frac{8}{x}$
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = \frac{8}{2}$, $y = 4 \therefore B(2, 4)$
 두 점 (4, 2), (2, 4)을 $y = bx$ 에 각각 대입하면
 $2 = 4b$, $b = \frac{1}{2}$
 $4 = 2b$, $b = 2$
 $\therefore \frac{1}{2} \leq b \leq 2$

37. 두 함수 $y = ax$ 와 $y = \frac{b}{x}$ 의 그래프 위에 점 (2, 6)가 있을 때, $a + b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

$y = ax$ 에 $x = 2$, $y = 6$ 를 대입하면
 $6 = 2a$, $a = 3$
 $y = \frac{b}{x}$ 에 $x = 2$, $y = 6$ 를 대입하면
 $6 = \frac{b}{2}$, $b = 12$
 $\therefore a + b = 3 + 12 = 15$

38. 함수 $y = -x + 2$ 의 치역이 $\{-2, 0, 5\}$ 일 때, 이 함수의 정의역의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

y 에 -2, 0, 5를 각각 대입해 보면
 $-2 = -x + 2$, $x = 4$
 $0 = -x + 2$, $x = 2$
 $5 = -x + 2$, $x = -3$
 정의역은 $\{-3, 2, 4\}$ 이므로 그 합은 3이다.

39. 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하라.

$$f\left(\frac{3x+2}{x-1}\right) = -3x + 1$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$\frac{3x+2}{x-1} = 2$ 에서
 $3x+2 = 2(x-1)$
 $3x-2x = -4$
 $\therefore x = -4$
 $\therefore f(2) = -3 \times (-4) + 1 = 13$

40. 좌표평면 위의 네 점 A(0, 0), B(-2, 8), C(-7, 8), D(-7, 0) 을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 함수 $y = ax$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{48}{49}$

해설 사다리꼴 ABCD 의

넓이는 $\frac{1}{2} \times (7+5) \times 8 = 48$ 이다.

$y = ax$ 와 선분 CD 가 만나는 점을 점 E 라 할 때, 점 E 의 x 좌표는 -7 이므로 점

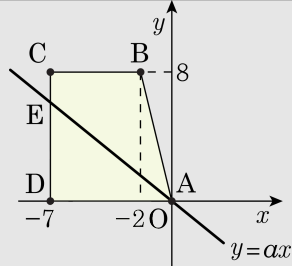
$E(-7, -7a)$ 이다.

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times 7 \times |-7a| = \frac{49}{2}|a|$$

$$\frac{49}{2}|a| = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\frac{49}{2}|a| = 24$$

$$\therefore a = -\frac{48}{49} (\because a < 0)$$



42. 원점 O 를 지나는 함수 $y = -\frac{4}{5}x$ 의 그래프 위의 점 P(-5, 4) 에서 y 축에 내린 수선의 발이 Q(0, 4) 이다. 이 때, $\triangle PQO$ 의 넓이는?. [배점 5, 상하]

- ① 20 ② 15 ③ 10 ④ 8 ⑤ 4

해설

세 점 P(-5, 4), Q(0, 4), O(0, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$

41. x 축 위에 있고, x 좌표가 5인 점의 좌표를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

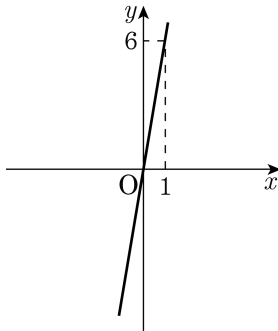
▶ 정답 : (5, 0)

해설

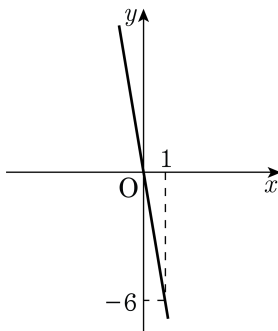
x 축 위에 있으면 y 좌표가 0 이므로, x 좌표가 5 이고 y 좌표가 0 인 점의 좌표를 찾으면 (5, 0) 이다.

43. 다음 중 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프는?

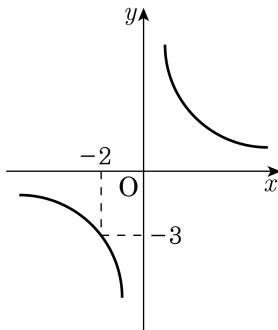
①



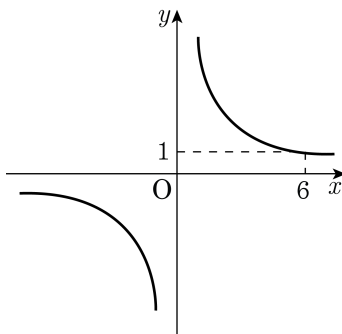
②



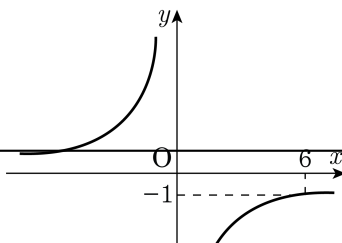
③



④



⑤



44. 다음 중 함수 $y = \frac{10}{x}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① 한 쌍의 곡선으로 그려진다.

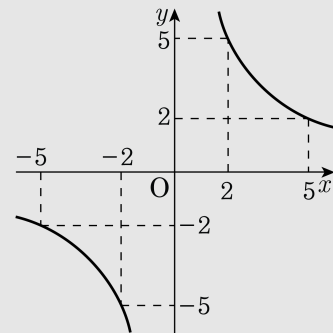
② 제1, 3사분면 위에 있다.

③ 점 (2, 5)를 지난다.

④ x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

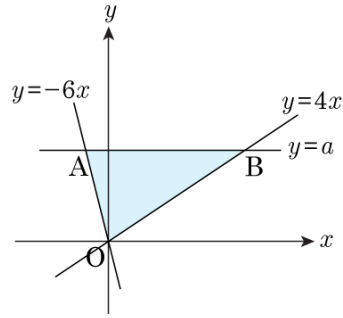
⑤ 원점을 지난다.

해설



⑤ $y = \frac{10}{x}$ 의 그래프는 원점을 지나지 않는다.

45. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = -6x$ 와 $y = 4x$ 의 그래프가 $y = a$ ($a > 0$) 인 직선의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 AOB 의 넓이가 30 일 때, a 의 값은?



[배점 5, 상하]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

두 점 A, B 의 y 좌표는 a ($a > 0$) 이므로

점 A 의 x 좌표는 $-\frac{a}{6}$

점 B 의 x 좌표는 $\frac{a}{4}$

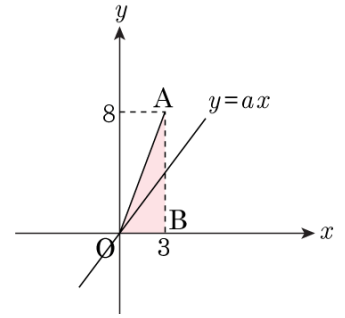
$$\begin{aligned} (\triangle AOB \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{6} + \frac{a}{4} \right) \times a \\ &= \frac{5}{24} a^2 \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 = 144, a = 12 (a > 0)$$

46. 다음 그림에서 함수 $y = ax$ 의 그래프가 삼각형 AOB 의 넓이를 이등분한다고 할 때, a 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ 1 ④ $\frac{4}{3}$
⑤ $\frac{5}{3}$



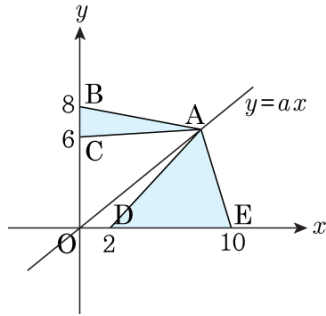
해설

함수 $y = ax$ 의 그래프와 선분 AB 가 만나는 점을 P 라고 하면

선분 AP 와 선분 BP 의 길이가 같으므로 점 P 의 좌표는 (3, 4) 이다.

$$\begin{aligned} y = ax \text{ 에 } x = 3, y = 4 \text{ 를 대입하면 } 4 &= 3a \therefore \\ a &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

47. 다음 그림에서 직선 $y = ax (a > 0)$ 는 원점과 원점이 아닌 점 A 를 지나는 직선이다. 삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 의 넓이의 비가 3 : 1 일 때, a 의 값은?
[배점 5, 상하]

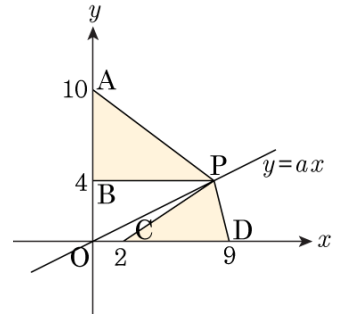


- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

점 A 의 좌표를 (x, y) 라 하면
 $(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 - 6) \times x = x$
 $(\triangle ADE \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - 2) \times y = 4y$
 $x : 4y = 3 : 1$
 $12y = x, \quad y = \frac{1}{12}x$
 $\therefore a = \frac{1}{12}$

48. 다음 그림에서 직선 $y = ax (a > 0)$ 는 원점과 원점이 아닌 점 P 를 지나는 직선이다. 삼각형 ABP 와 삼각형 PCD 의 넓이의 비가 2 : 1 일 때, a 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{7}$

해설

점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면
 $(\triangle ABP \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - 4) \times x = 3x$
 $(\triangle PCD \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (9 - 2) \times y = \frac{7}{2}y$
 $3x : \frac{7}{2}y = 2 : 1$
 $7y = 3x, \quad y = \frac{3}{7}x$
 $\therefore a = \frac{3}{7}$

49. 정의역이 $\{x|1 < |x| < 3 \text{인 정수}\}$, 공역이 $\{y|2 < |y| < 5 \text{인 정수}\}$ 일 때, 가능한 함수의 개수를 a , 치역의 원소의 개수가 정의역의 원소의 개수와 같은 함수의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?
[배점 5, 상하]

① 12 ② 18 ③ 22 ④ 28 ⑤ 32

해설

정의역 $\{-2, 2\}$

공역 $\{-4, -3, 3, 4\}$

가능한 함수의 개수는 $f(-2)$ 이 4 가지, $f(2)$ 도 4 가지이므로

(함수의 개수) $= 4 \times 4 = 16$ (개)

치역의 원소의 개수가 2 개이려면

$f(-2), f(2)$ 이 모두 서로 다른 값이어야 하므로

(함수의 개수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)

$\therefore a+b = 16+12 = 28$

50. 정의역이 $\{x|1 < |x| < 3 \text{인 정수}\}$, 공역이 $\{y|2 < |y| < 5 \text{인 정수}\}$ 일 때, 가능한 함수의 개수를 a , 치역의 원소의 개수가 정의역의 원소의 개수와 같은 함수의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?
[배점 5, 상하]

① 12 ② 18 ③ 22 ④ 28 ⑤ 32

해설

정의역 $\{-2, 2\}$

공역 $\{-4, -3, 3, 4\}$

가능한 함수의 개수는 $f(-2)$ 이 4 가지, $f(2)$ 도 4 가지이므로

(함수의 개수) $= 4 \times 4 = 16$ (개)

치역의 원소의 개수가 2 개이려면

$f(-2), f(2)$ 이 모두 서로 다른 값이어야 하므로

(함수의 개수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)

$\therefore a+b = 16+12 = 28$