

문제 풀이 과제

1. 48915 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값을 x , $101001_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값을 y 라고 할 때, $x - y$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

48915 의 1 은 10 을 나타내고, $101001_{(2)}$ 의 1 은 $2^3 = 8$ 을 나타낸다. 따라서 $x = 10$, $y = 8$ 이고, $10 - 8 = 2$ 이다.

2. 자연수 $N = 2^{15} \times 5^{11}$ 을 십진법으로 나타내었을 때, 몇 자리의 수가 되는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$2^{15} \times 5^{11} = 2^4 \times 10^{11}$ 이고, $2^4 = 16$ 이므로 두 자리의 수이다. 따라서 N 은 $2 + 11 = 13$ 자리의 수이다.

3. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이다. 이 때 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$2^{17} \times 5^{20} = 5^3 \times 10^{17}$ 이고, $5^3 = 125$ 이므로 세 자리의 수이다. 따라서 n 은 $3 + 17 = 20$ 이다.

4. 무게가 1g, 2g, 2^2 g, 2^3 g, 2^4 g, $\dots$, 2^{10} g 인 추를 가능한 한 적게 사용하여 무게가 480g 인 물건을 측정할 때, 필요한 추는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4 개

해설

$480 = 111100000_{(2)}$ 이므로
 $\therefore 2^8$ g, 2^7 g, 2^6 g, 2^5 g 각각 1 개씩 총 4 개

5. 이진법으로 나타낸 수 $x_{(2)}$ 와 $111111_{(2)}$ 사이에는 십진법으로 나타낸 수가 6 개 있다. 이 때, 이진법으로 나타낸 수 $x_{(2)}$ 에서 x 를 구하여라. (단, $x_{(2)} > 111111_{(2)}$) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $1000110_{(2)}$

해설

$111111_{(2)} = 63$ 이고, $x_{(2)}$ 가 큰 수이므로
 사이의 수는 64, 65, 66, 67, 68, 69 의 6 개이다.
 $\therefore x_{(2)} = 70 = 1000110_{(2)}$

6. 두 자리의 자연수 A, B 에 대해서 $A = 7 \times a$, $B = 7 \times b$ 일 때, A, B 의 최대공약수는 $111_{(2)}$ 이고, 최소공배수는 $7 \times 10101_{(2)}$ 이다. A+B 를 이진법으로 나타내어라. (단, $A > B$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $1000110_{(2)}$

해설

$$111_{(2)} = 4 + 2 + 1 = 7$$

$A = 7 \times a$, $B = 7 \times b$ 에서 최대공약수가 7 이므로 a, b 는 서로소이다.

따라서 A, B 의 최소공배수는

$$7 \times a \times b = 7 \times 10101_{(2)} = 7 \times 21$$

$$(a, b) = (3, 7) \text{ 또는 } (7, 3)$$

그런데 조건에서 $A > B$ 이라 했으므로

$a = 7, b = 3$ 이다.

$$\text{따라서 } A + B = 49 + 21 = 70 = 2^6 + 2^2 + 2 = 1000110_{(2)} \text{ 이다.}$$

7. $11101_{(2)} \div 6$ 의 몫과 나머지를 이진법의 수인 $a_{(2)}, b_{(2)}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 101 ② 110 ③ 111

④ 201 ⑤ 202

해설

$$11101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 29$$

$$29 = 6 \times 4 + 5 \text{ 이므로}$$

$$\text{몫 } 4 = 100_{(2)} \quad \therefore a = 100$$

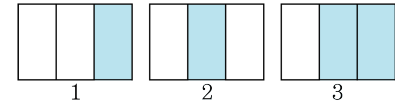
$$\text{나머지 } 5 = 101_{(2)} \quad \therefore b = 101$$

$$a + b = 201$$

8. [그림 A]는 이진법의 원리를 이용하여 1, 2, 3, ... 을 나타낸 바코드이다.

[그림 B]는 위와 같은 방법으로 바코드를 만든 것이다. 상품명과 제조 **월**을 바르게 찾은 것은?

[그림A]



[그림B]



20 : 소시지 21 : 사탕 22 : 우유

23 : 초콜렛 24 : 아이스크림

[배점 5, 중상]

① 우유, 6 월

② 아이스크림, 4 월

③ 소시지, 6 월

④ 사탕, 5 월

⑤ 아이스크림, 6 월

해설

$$\text{상품명 : } 10110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 22$$

$\therefore$ 우유

$$\text{제조월 : } 110_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 6$$

$\therefore$ 6 월

9. 다음은 이진법을 나타내는 그림이다.

$1_2 : \bullet$, $10_2 : \bullet\bigcirc$, $11_2 : \bullet\bullet$, ...

이때, 다음 그림이 나타내는 수를 십진법으로 나타내
어라.

$\bullet\bullet\bullet\bigcirc\bigcirc$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

그림이 나타나는 수는 $11100_{(2)}$ 이다.

$11100_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 28$ 이다.

10. $2^{13} \times 3^4 \times 5^{10}$ 을 십진법으로 나타내었을 때 끝자리의
연속된 0의 개수는 a 개, 이진법으로 나타내었을 때
끝자리의 연속된 0의 개수는 b 개이다. $a + b$ 의 값을
구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} &= 2^3 \times 3^4 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 2^3 \times 3^4 \times 10^{10} \end{aligned}$$

이므로 $a = 10$ 이다.

$$2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} = 3^4 \times 5^{10} \times 2^{13}$$

이므로 $b = 13$ 이다.

$$\therefore 10 + 13 = 23$$

11. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $1001_{(2)}$ 은 소수가 아니다.
- ㉡ $111_{(2)}$ 은 3의 배수이다.
- ㉢ $11_{(2)}$ 보다 1 큰 수는 $100_{(2)}$ 이다.
- ㉣ $100_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 99이다.
- ㉤ $100_{(2)}$ 과 $110_{(2)}$ 은 서로소이다.

[배점 5, 중상]

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

- ㉠ $1001_{(2)} = 9$ 는 소수가 아니다.
 - ㉡ $111_{(2)} = 7$ 은 3의 배수가 아니다.
 - ㉢ $11_{(2)} = 3$ 보다 1 큰 수는 $4 = 100_{(2)}$ 이다.
 - ㉣ $100_{(2)} = 4$ 보다 1 작은 수는 $3 = 11_{(2)}$ 이다.
 - ㉤ $100_{(2)} = 4$ 와 $110_{(2)} = 6$ 은 서로소가 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢의 2개이다.

12. 다음 중 밑줄 친 숫자 1이 실제로 나타내는 값이 큰 순서대로 기호를 나열하여라.

- ㉠ $1\underline{1}11_{(2)}$ ㉡ $100\underline{1}0_{(2)}$
 ㉢ $1\underline{1}0111_{(2)}$ ㉣ $1\underline{1}110_{(2)}$

[배점 5, 중상]

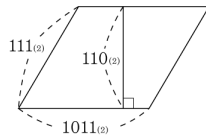
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢, ㉡, ㉠, ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 1\underline{1}11_{(2)} &= 2^2 \\ \text{㉡ } 100\underline{1}0_{(2)} &= 2^1 \\ \text{㉢ } 1\underline{1}0111_{(2)} &= 2^4 \\ \text{㉣ } 1\underline{1}110_{(2)} &= 2^3 \\ \therefore \text{㉢, ㉡, ㉠, ㉣} \end{aligned}$$

13. 다음 평행사변형의 넓이를 십진법으로 나타내어라.



[배점 5, 중상]

- ① 32cm^2 ② 33cm^2 ③ 40cm^2
 ④ 66cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

$$\begin{aligned} (\text{밑변}) &= 1011_{(3)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11(\text{cm}) \\ (\text{높이}) &= 111_{(3)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 4 + 2 = 6(\text{cm}) \\ \therefore (\text{넓이}) &= 11 \times 6 = 66(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

14. 세 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 5보다 큰 수를 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① $100_{(2)}$ ② $101_{(2)}$ ③ $110_{(2)}$
 ④ 7 ⑤ 9

해설

가장 큰 세 자리의 이진법 수는 $111_{(2)}$ 이다.
 $111_{(2)} = 7$ 이므로 5보다 큰 세 자리 이진법 수는 6, 7 이다.

$$\begin{aligned} \text{① } 100_{(2)} &= 1 \times 2^2 = 4 \\ \text{② } 101_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 5 \\ \text{③ } 110_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 6 \end{aligned}$$

15. $2^4 < x < 2^5$ 인 자연수 x 를 이진법의 수로 나타내면 n 자리 수가 된다. n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

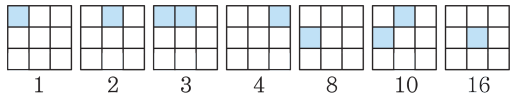
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} 2^4 &= 10000_{(2)}, 2^5 = 100000_{(2)} \text{ 이므로} \\ 10000_{(2)} &< x < 100000_{(2)} \\ \text{따라서 } x &\text{ 은 5 자리 수이므로 } n = 5 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16 을 다음과 같이 나타낼 때,  이 나타내는 수는?



[배점 5, 상하]

- ① 76 ② 88 ③ 100
 ④ 140 ⑤ 160

해설

$1 = 1_{(2)}$, $2 = 10_{(2)}$, $3 = 11_{(2)}$, ... 이므로

0	0	1
1	0	0
0	1	

→ $10001100_{(2)}$

$$10001100_{(2)} = 1 \times 2^7 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 128 + 8 + 4 = 140$$

17. 자연수 a, b 에 대하여 $11011_{(2)} + a$, $10110_{(2)} - b$ 가 모두 3의 배수일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

[배점 5, 상하]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$$11011_{(2)} + a = 27 + a$$

$$\therefore 27 + a = 30, a = 3$$

$$10110_{(2)} - b = 22 - b$$

$$\therefore 22 - b = 21, b = 1$$

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

18. $10^5 + 10^3$ 은 십진법으로 나타내면 m 자리 수이고, $2^4 + 2$ 은 이진법으로 나타내면 n 자리 수이다. $m + n$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$10^5 + 10^3 = 1 \times 10^5 + 1 \times 10^3 = 101000$$

$$\therefore m = 6$$

$$2^4 + 2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 10010_{(2)}$$

$$\therefore n = 5$$

$$\therefore 6 + 5 = 11$$

19. $110010_{(2)}$ 를 십진법으로 나타낸 것은?

[배점 5, 상하]

- ① 26 ② 48 ③ 50 ④ 51 ⑤ 52

해설

$$\begin{aligned} 110010_{(2)} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2 \\ &= 32 + 16 + 2 = 50 \end{aligned}$$

20. 20150 을 십진법의 전개식으로 나타낸 것은?

[배점 5, 상하]

- ① $2 \times 10^2 + 1 \times 10^2 + 5 \times 1$
- ② $2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 1$
- ③ $2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$
- ④ $2 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 5 \times 10$
- ⑤ $2 \times 10^4 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$

해설

$$20150 = 20000 + 100 + 50 = 2 \times 10^4 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10$$

21. 자연수 n 에 대하여 n^2 을 오진법으로 나타내었을 때, 0, 1, 2, 3, 4 중 일의 자리의 숫자가 될 수 없는 것을 모두 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

▶ 정답 : 3

해설

자연수 1 부터 제곱의 값을 써 보면,
 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169,
 196, 225, ...
 모든 제곱값의 일의 자리 수는 1, 4, 5, 6, 9, 0 임을 알 수 있다.
 따라서 일의 자리의 숫자가 될 수 없는 수는 2, 3 이다.

22. n 진법으로 나타낸 수의 식 $2a4b6_{(n)} - b6c8_{(n)} = 1666c_{(n)}$ 이 성립할 때, $a + b + c + n$ 을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$2a4b6_{(n)} - b6c8_{(n)} = 1666c_{(n)}$
 $\rightarrow 1666c_{(n)} + b6c8_{(n)} = 2a4b6_{(n)}$
 $\rightarrow$ 셋째 자리를 보면 둘째 자리에서 1 이 올라오지 않았다면 $6 + 6 = n + 4$, $n = 8$ 이므로, 식이 성립할 수 없다. 따라서 둘째 자리에서 1 이 올라와서 $1 + 6 + 6 = n + 4$, $n = 9$
 $\rightarrow 1666c_{(9)} + b6c8_{(9)} = 2a4b6_{(9)}$, 첫째 자리를 비교하면 $c + 8 = 6 + 9$, $c = 7$
 $\rightarrow 16667_{(9)} + b678_{(9)} = 2a4b6_{(9)}$, 둘째 자리를 보면 $1 + 6 + 7 = 9 + b$, $b = 5$
 $\rightarrow 16667_{(9)} + 5678_{(9)} = 2a456_{(9)}$, 넷째 자리를 보면 $1 + 6 + 5 = 9 + a$, $a = 3$
 $\therefore a + b + c + n = 3 + 5 + 7 + 9 = 24$

23. 구진법으로 나타내었을 때 두 자리 구진수인 자연수를 오진법으로 나타내었더니 숫자의 순서가 바뀌었다. 이러한 수를 모두 찾아 십진법으로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

▷ 정답 : 22

해설

두 자리 구진수를 $ab_{(9)}$ 라고 두면, $ab_{(9)} = ba_{(5)}$

$$\rightarrow 9a + b = 5b + a$$

$$\rightarrow 2a = b$$

a, b 는 항상 1 보다 크고 5 보다 작으므로 위 조건을 만족하는 값은 $12_{(9)}, 24_{(9)}$ 이다.

$$\therefore 12_{(9)} = 11, 24_{(9)} = 22$$

24. 두 자리의 오진수 $xy_{(5)}$ 와 두 자리의 칠진수 $yx_{(7)}$ 의 합을 십진수로 나타냈을 때 40 이다. 이것을 만족하는 $xy_{(5)}$ 를 십진수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$xy_{(5)} = 5 \times x + y, yx_{(7)} = 7 \times y + x$$

$$\rightarrow 6x + 8y = 40$$

$$\rightarrow 3x + 4y = 20$$

x, y 는 항상 1 보다 크고 5 보다 작으므로 위 조건을 만족시키려면 $x = 2, y = 4$ 이어야 한다.

$$\therefore 24_{(5)} = 2 \times 5 + 1 \times 4 = 14$$

25. $xy1_{(6)}$ 을 십진법의 수로 나타낼 때, 4 진법의 전개식으로 잘못 써서 계산하였더니 원래 수보다 64 만큼 작아졌다. 이 때, $xy1_{(6)}$ 을 십진법의 수로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

$$xy1_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + 1$$

$xy1_{(6)}$ 를 4 진법의 전개식으로 잘못 계산했다면,

$$xy1_{(6)} = x \times 4^2 + y \times 4 + 1$$

$$\rightarrow x \times 6^2 + y \times 6 + 1 = x \times 4^2 + y \times 4 + 1 + 64$$

$$\rightarrow 20x + 2y = 64$$

$\rightarrow x, y$ 는 6 진법의 수이고 6 보다 항상 작으므로,

$$x = 3, y = 2$$

$$\therefore 321_{(6)} = 3 \times 6^2 + 2 \times 6 + 1 \times 1 = 121$$

26. 5 자리의 오진수 $abc32_{(5)}$ 에 오진수 X 를 더하면 25 로 나누어 떨어진다. 오진수 X 중 가장 작은 수를 십진법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$abc32_{(5)} = a \times 5^4 + b \times 5^3 + c \times 5^2 + 3 \times 5 + 2$$

25 로 나누어 떨어지기 위해서는 5^1 의 자리와 1 의 자리가 0 이어야 한다.

$$\therefore 13_{(5)} = 8$$

27. 숫자 1 과 0 을 다음과 같은 규칙으로 나열하였다.

11011100111100011111000011111100000...

이때, 왼쪽에서부터 109 번째 숫자부터 113 번째 숫자로 다섯 자리의 이진법의 수를 만든다. 만들어진 이진법의 수를 십진법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

11011100111100011111000011111100000... 는 110, 11100, 1111000, 111110000, 으로 나눌 수 있다.

각 묶음의 수의 개수는 3, 5, 7, 9 로 증가한다.

$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 99$ 이므로,

100 번째 수부터 120 번째 수까지 21 개의 수는

111111111110000000000 이다.

따라서 109 번째 숫자부터 113 번째 숫자로

다섯 자리의 이진법의 수는 11000 이다.

$\therefore 11000_{(2)} = 24$

28. 숫자 0 과 1 을 다음과 같은 규칙으로 나열하였다. 1001110000111110000001111111... 왼쪽에서부터 101 번째 숫자부터 106 번째 숫자로 2 진수를 만들 때, 그 수를 십진수로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

1001110000111110000001111111... 는

1, 00, 111, 0000, 11111, 000000, 1111111, ... 의 묶음으로 나눌 수 있다.

각 묶음이 1 씩 커진다.

1 부터 13 까지의 합 = $\frac{13 \times 14}{2} = 91$ 이므로,

92 번째 수부터 105 번째 수까지 14 개의 수가 연속으로 0 이 된다.

106 번째 수는 1 이다. 따라서 만들 수 있는 이진 수는 $1_{(2)}$ 이고, 십진수로 나타내어도 1 이다.

29. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g 의 저울추 1 개씩과 저울로 1g 부터 63g 까지의 자연수 무게를 가진 물체를 측정할 수 있다. 만약 4g 짜리 추를 잃어버리면 잴 수 없는 무게의 종류가 몇 가지인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 가지

해설

추가 모두 2 진법의 수이므로, n 개의 추로 $2^n - 1$ 개의 무게를 측정할 수 있다.

추 6 개로 잴 수 있는 무게의 수 = $63g$,

추 5 개로 잴 수 있는 무게의 수 = $31g$,

$\therefore (4g \text{ 짜리 추를 잃어버리면 잴 수 없는 무게의 종류}) = 32 \text{ (가지)}$

30. 여섯 자리의 이진법의 수 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc011_{(2)}$ 에 십진법의 수 n 을 더하면 8 의 배수가 된다. n 의 최솟값을 구하여라. (단, $n > 0$) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

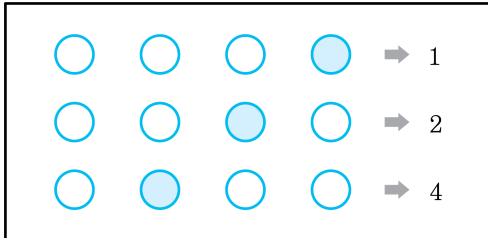
이진법의 수는 넷째 자리부터는 항상 8 의 배수가 된다.

따라서 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc011_{(2)}$ 에 n 을 더해서 8 의 배수가 된다면 $011_{(2)}$ 에 n 을 더해도 8 의 배수가 된다.

$$011_{(2)} = 3$$

$$\therefore n = 5$$

31. 4명의 학생이 손전등을 하나씩 손에 쥐고 가장 오른쪽 학생은 2분에 한 번씩 켜다 끄고, 그 왼쪽 학생은 3분, 그 왼쪽 학생은 4분, ... , 이렇게 손전등을 켜다가 끈다. 손전등의 신호가 나타내는 것이 다음과 같을 때, 다 같이 켜 후 15분 후에 신호가 나타내는 수는 무엇인가?



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

15분 후에 켜지는 손전등은 15의 약수 분마다 한 번씩 켜지는 손전등이므로 3, 5분마다 켜는 손전등이 켜진다.

따라서 $= 1010_{(2)} = 10$ 이다.

32. 이진법으로 나타낼 수 있는 $1ab100_{(2)}$ 이 여섯 자리의 수일 때, a, b 에 들어갈 수 있는 수는 모두 몇 가지인지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 가지

해설

이진법으로 나타내는 수이므로, 0, 1 만 들어갈 수 있다.

$$100100_{(2)}, 101100_{(2)}, 110100_{(2)}, 111100_{(2)},$$

$\therefore$ 총 4 가지

33. 이진법으로 나타낼 수 있는 $1abc0_{(2)}$ 이 다섯 자리의 수일 때, a, b, c 에 들어갈 수 있는 수는 모두 몇 가지인가? [배점 6, 상중]

- ① 8 가지 ② 6 가지 ③ 4 가지
④ 2 가지 ⑤ 10 가지

해설

이진법으로 나타내는 수이므로, 0, 1 만 들어갈 수 있다.

$$10000_{(2)}, 11000_{(2)}, 10100_{(2)}, 10010_{(2)},$$

$$11100_{(2)}, 11010_{(2)}, 10110_{(2)}, 11110_{(2)}$$

$\therefore$ 총 8 가지

34. 1g, 3g, 9g, 27g, 81g, 243g 짜리 추와 양팔저울을 이용하여 무게를 재려고 한다. 잴 수 있는 모든 무게의 가짓수를 A , 81g, 243g 짜리 추가 동시에 사용되는 무게의 가짓수를 B 라고 할 때, $A - B$ 를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 324

해설

1g, 3g, 9g, 27g, 81g, 243g 의 추가 있으므로,
위의 저울은 1g 부터 $111111_{(3)} = 364(g)$ 까지 무게를 잴 수 있으므로,
 $A = 364$ 가지이다.

81g, 243g 짜리 추가 동시에 사용되는 무게의 가짓수는 1g, 3g, 9g, 27g 의 추로 잴 수 있는 무게의 가짓수와 같고, 1g, 3g, 9g, 27g 의 추로 잴 수 있는 무게의 가짓수는 1g 부터 $1111_{(3)} = 40g$ 까지 총 40 가지의 무게를 잴 수 있다.

$\therefore A - B = 324$

35. 양팔저울과 몇 개의 추로 364g 까지의 자연수 무게를 측정하려고 한다. 필요한 최소의 추의 개수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

양팔저울은 오른쪽 저울에 올리는 경우, 왼쪽 저울에 올리는 경우, 올리지 않는 경우로 총 세 가지 경우가 가능하므로, 양팔저울을 이용한 무게 측정 은 3 진법으로 나타낼 수 있다.

3 진법의 추는 1g, 3g, 9g, 27g, 81g, 243g, 729g, 등 이고, $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 364$ 이므로, 필요한 최소의 추는 6 개이다.

36. n 진법으로 나타낸 수 $300_{(n)}$ 은 $13_{(n)} + 43_{(n)}$ 의 3 배라고 한다. 이때, n 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$300_{(n)} = 3 \times (13_{(n)} + 43_{(n)}) = 3 \times (1 \times n + 3 \times 1 + 4 \times n + 3 \times 1)$$

$$\rightarrow 3n^2 = 3 \times (5n + 6)$$

$$\rightarrow 3n^2 - 15n = 18$$

위 식을 만족하는 $n = 6$ 이다.

37. n 진법으로 나타낸 수 $300_{(n)}$ 이 $43_{(n)}$ 의 4 배가 될 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$300_{(n)} = 4 \times 43_{(n)}$$

$$\rightarrow 3n^2 = 4 \times (4n + 3)$$

$$\rightarrow 3n^2 - 16n = 12$$

위 식을 만족하는 $n = 6$ 이다.

38. $\frac{cdb_{(4)}}{2} = aba_{(4)} = abc_{(4)} - 2$ 일 때, $abcd_{(4)}$ 를 십진법의 수로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$$\begin{aligned} aba_{(4)} &= abc_{(4)} - 2 \rightarrow a = c - 2, \\ a, b, c, d &\text{ 는 모두 4 보다 작으므로 } c = 3, a = 1, \\ \frac{3db_{(4)}}{2} &= 1b1_{(4)} = 1b3_{(4)} - 2, \\ \rightarrow 3db_{(4)} &= 2 \times 1b1_{(4)}, \\ \rightarrow 7b - 4d &= 14, b = 2, d = 0, \\ \therefore abcd_{(4)} &= 1230_{(4)} = 108 \end{aligned}$$

39. $acd_{(4)} - 1 = aba_{(4)} = abc_{(4)} + 1$ 일 때, $dac_{(4)}$ 를 십진법으로 나타내어라. (단, a, b, c, d 는 서로 다른 숫자) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} acd_{(4)} - 1 &= aba_{(4)} \rightarrow c - 1 = b, d = 0, a = 3 \\ aba_{(4)} &= abc_{(4)} + 1 \rightarrow c + 1 = 3, c = 2, b = 1 \\ \therefore dac_{(4)} &= 320_{(4)} = 14 \end{aligned}$$

40. 0 에서 4 까지 쓰인 구슬 5 개가 든 주머니에서 처음에 세 개의 구슬을 꺼내서 꺼낸 차례대로 세 자리 수의 오진수를 만들고, 다시 구슬을 주머니에 집어넣는다. 두 번째로 세 개의 구슬을 꺼내서 오진법의 수를 만들었을 때, 이 두 수를 5 로 나누면 모두 나머지가 1 이 되는 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

세 구슬을 꺼내서 만든 오진수를 $abc_{(5)}$ 라 두면,
 $abc_{(5)} = a \times 5^2 + b \times 5 + c \rightarrow a \times 5^2 + b \times 5 + c$
 에서 $a \times 5^2 + b \times 5$ 부분은 항상 5 로 나누어지므로,
 나머지는 c 가 된다.

첫 번째, 두 번째에 1 이 나오지 않고 세 번째에 1 이 나올 확률은, $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

두 번 연속으로 같은 상황이 되어야 하므로, $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

41. 0 부터 5 까지의 눈이 있는 정육면체 주사위를 세 번 던져, 나온 눈의 수를 순서대로 각각 x, y, z 라고 할 때, 6 진법의 수 $xyz_{(6)}$ 를 만들 수 있다. 이 수를 36 으로 나눈 나머지가 24 의 약수가 될 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$xyz_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + z$, 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

$x \times 6^2 + y \times 6 + z$ 에서 $x \times 6^2$ 부분은 항상 36 으로 나누어 떨어지므로, 나머지는 $y \times 6 + z$ 이다.

→ $6y + z$ 가 24 의 약수가 될 확률을 구해 보면

→ $6y + z = 1$, $(y, z) = (0, 1)$

→ $6y + z = 2$, $(y, z) = (0, 2)$

→ $6y + z = 3$, $(y, z) = (0, 3)$

→ $6y + z = 4$, $(y, z) = (0, 4)$

→ $6y + z = 6$, $(y, z) = (1, 0)$

→ $6y + z = 8$, $(y, z) = (1, 2)$

→ $6y + z = 12$, $(y, z) = (2, 0)$

→ $6y + z = 24$, $(y, z) = (4, 0)$

따라서 y, z 가 0 에서 5 까지 나올 경우는 36 이므로

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

42. 1 부터 n 까지의 모든 자연수의 곱을 $n!$ 으로 정의한다. $n!$ 을 이진법의 수로 나타냈을 때 일의 자리부터 연속되는 0 의 갯수가 15 개인 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$n!$ 를 2 의 지수로 묶어 보면,

$n!$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 9 \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \times 15 \times 2^4 \times 17 = m \times 2^{15}$$

→ 17! 까지 묶었을 때 2 의 지수가 15 가 된다..

따라서 일의 자리부터 연속되는 0 의 갯수가 15 개인 n 중에서 가장 작은 수는 17이다.

43. $n!$ 은 1 부터 n 까지 모든 자연수의 곱을 말한다. 18! 을 이진법의 수로 나타내었을 때, 일의 자리에서 왼쪽으로 연속되는 0 의 갯수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

18! 를 2 의 지수로 묶어보면,

18!

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 9 \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \times 15 \times 2^4 \times 17 \times (2 \times 9) = m \times 2^{16}$$

→ m 은 홀수이므로, 17 번째 자리의 수는 반드시 1 이다.

따라서 일의 자리에서 왼쪽으로 연속되는 0 의 갯수는 16 개이다.

44. 자연수 n 을 이진법의 수로 바꾸었을 때, 각 자리 숫자의 합을 $S(n)$ 이라고 정의한다.

전체집합 $U = \{n | 10 \leq n < 100\}$ 의 부분집합 $A = \{a | S(a) \geq 7, a \in U\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0 개

해설

$S(a) \geq 7 \rightarrow 1$ 의 개수가 7 개 이상인 이진수
1 의 개수가 7 개인 이진수 중 가장 작은 수는
 $1111111_{(2)} = 255$ 이므로,
100 보다 작은 수 중 1 의 개수가 7 개 이상인 이진수는 없다.
 $\therefore n(A) = 0$

45. 자연수 n 을 이진법의 수로 나타내었을 때, 각 자리 숫자의 합을 $s(n)$ 이라고 정의한다.

전체집합 $U = \{2n | 50 \leq n < 500, n \text{은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x | s(x) = 2, x \in U\}$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

$U = \{2n | 50 \leq n < 500, n \text{은 자연수}\} \rightarrow 100 \leq 2n < 1000 \rightarrow$ 집합 U 는 세 자리 자연수의 집합
 $s(x) = 2 \rightarrow 1$ 이 2 개 밖에 없는 이진수
 $100 = 1100100_{(2)}, 999 = 1111100111_{(2)}$ 이므로,
 $1100100_{(2)} \leq x \leq 1111100111_{(2)}$ 중 1 의 개수가 2 개뿐인 이진수이다.
 $\rightarrow$ 일곱 자리 이진수 중 1 이 두 개인 수가 모두 $1100100_{(2)}$ 보다 작다.
 $\rightarrow$ 여덟 자리 이진수 중 1 이 두 개인 수 : 7 개
 $\rightarrow$ 아홉 자리 이진수 중 1 이 두 개인 수는 8 개이고 모두 $1111100111_{(2)}$ 보다 작다.
 $\therefore n(A) = 15$

46. $2^5 \leq N < 2^6$ 을 만족시키는 자연수 N 을 이진법의 수로 나타낼 때, 이진법으로 몇 자리의 수가 되는가?

[배점 6, 상상]

- ① 6 자리 ② 5 자리 ③ 4 자리
④ 3 자리 ⑤ 2 자리

해설

$2^5 = 100000_{(2)}, 2^6 = 1000000_{(2)}$ 이므로
 $100000_{(2)} \leq N < 1000000_{(2)}$
따라서 N 은 6 자리 수