

문제 풀이 과제

1. 504의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)
 - ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15
2. 24에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는?
 - ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15
3. 가로 길이 72cm, 세로 길이 96cm, 높이 120cm인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.
 - ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15
4. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?
 - ① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초
 - ③ 10시 3분 20초 ④ 10시 3분 40초
 - ⑤ 10시 4분 30초
5. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?
 - ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60
6. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 1260일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.
 - ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12
7. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?
 - ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12
8. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?
 - ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9
9. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?
 - ① 9 ② 12 ③ 36
 - ④ 54 ⑤ 100
10. 5자리의 오진수 $abc32_{(5)}$ 에 오진수 X 를 더하면 25로 나누어 떨어진다. 오진수 X 중 가장 작은 수를 십진법으로 나타내어라.
 - ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

11. 이진수 중에서 1 을 세 번 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면,
 $111_{(2)}, 1011_{(2)}, 1101_{(2)}, 1110_{(2)}, 10011_{(2)}, 10101_{(2)}, 101110_{(2)} \dots$
 이 된다.
 이때, 55 번째 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라.
12. 여섯 자리의 이진법의 수 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc 011_{(2)}$ 에 십진법의 수 n 을 더하면 8 의 배수가 된다. n 의 최솟값을 구하여라. (단, $n > 0$)
13. 자연수 a, b, c 에 대하여 $750a = 180b = c^2$ 이 성립할 때, c 의 최솟값을 구하여라.
14. 1 부터 어떤 자연수 n 까지의 곱을 $n!$ 이라고 한다. $25!$ 을 계산하였을 때, 일의 자리부터 연속되어 나타나는 0 의 개수를 구하여라.
15. 양팔저울과 몇 개의 추로 364g 까지의 자연수 무게를 측정하려고 한다. 필요한 최소의 추의 개수는 몇 개인지 구하여라.
16. $\frac{cdb_{(4)}}{2} = aba_{(4)} = abc_{(4)} - 2$ 일 때, $abcd_{(4)}$ 를 십진법의 수로 나타내어라.
17. 0 부터 5 까지의 눈이 있는 정육면체 주사위를 세 번 던져, 나온 눈의 수를 순서대로 각각 x, y, z 라고 할 때, 6 진법의 수 $xyz_{(6)}$ 를 만들 수 있다. 이 수를 36 으로 나눈 나머지가 24 의 약수가 될 확률을 구하여라.
18. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18 , 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다. x, y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x, y 를 각각 구하여라.
19. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때, $[[\frac{[p, p]}{[p, q]}, q], [\frac{[q, q]}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.

20. 자연수 n 에 대하여 연속하는 5 개의 자연수의 곱을 $[n]$, n 의 약수의 개수를 $s(n)$ 로 정의한다. $\frac{s([n+1])}{s([n])} > 1$ 을 만족하는 10 보다 작은 자연수 n 을 모두 구하여라.

21. 어떤 자연수 x 를 소인수분해하였을 때, $x = a \times b \times c$ 이 된다. $(a+1)(b+1)(c+1) = 200$ 이 되는 세 자리 자연수 x 를 모두 구하여라.

22. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

23. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

24. $2^5 \leq N < 2^6$ 을 만족시키는 자연수 N 을 이진법의 수로 나타낼 때, 이진법으로 몇 자리의 수가 되는가?

- ① 6 자리 ② 5 자리 ③ 4 자리
④ 3 자리 ⑤ 2 자리

25. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$
③ $16 = 5 + 11$ ④ $18 = 7 + 11$
⑤ $20 = 9 + 11$

26. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

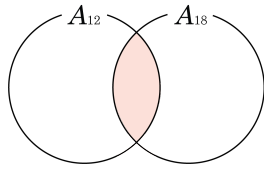
보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $7 = 3 + 4$ ② $12 = 5 + 7$
③ $14 = 5 + 9$ ④ $14 = 2 + 5 + 7$
⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

27. 집합 $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 라고 하면 $A_{12} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $A_{18} = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\}$ 이다. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 A_n 이라고 할 때, n 의 값을 구하여라.



28. 자연수 k 의 모든 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라고 할 때, $(A_6 \cap A_8) \subset A_k$ 인 k 의 최솟값을 구하여라.