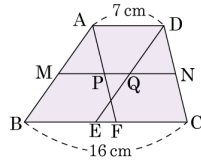


문제 풀이 과제

1. 다음 사다리꼴 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, $\overline{AF} \parallel \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



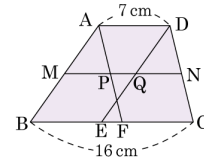
[배점 5, 상하]

- ① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm
 ④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{MN} &= \frac{7 + 16}{2} = 11.5 \\ \overline{MQ} &= \overline{PN} = \overline{AD} = 7(\text{cm}) \\ \overline{PQ} &= 7 + 7 - 11.5 = 2.5(\text{cm})\end{aligned}$$

2. 다음 사다리꼴 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, $\overline{AF} \parallel \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



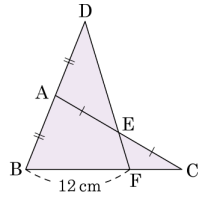
[배점 5, 상하]

- ① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm
 ④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{MN} &= \frac{7 + 16}{2} = 11.5 \\ \overline{MQ} &= \overline{PN} = \overline{AD} = 7(\text{cm}) \\ \overline{PQ} &= 7 + 7 - 11.5 = 2.5(\text{cm})\end{aligned}$$

3. 아래 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 를 만족하는 점 D 를 잡고, $\overline{AC}$ 의 중점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 F 라 하자. $\overline{BF} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?

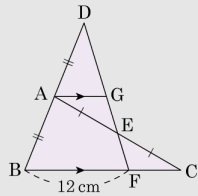


[배점 5, 상하]

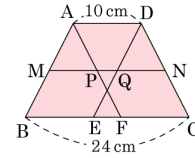
- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
 ④ $\frac{13}{2}\text{cm}$ ⑤ 7cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AG} \parallel \overline{BC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면 $\triangle DBF$ 에서 $\overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{BF} = 6(\text{cm})$
 $\triangle AEG$ 와 $\triangle CEF$ 에서 $\angle GAE = \angle FCE$ (엇각),
 $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\angle AEG = \angle CEF$ (맞꼭지각) 이므로
 $\triangle AEG \cong \triangle CEF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 6(\text{cm})$



4. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, $\overline{AF} \parallel \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



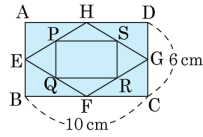
[배점 5, 상하]

- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm
 ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{MN} &= \frac{1}{2}(24 + 10) = 17(\text{cm}) \\ \overline{MQ} &= \overline{PN} = \overline{AD} = 10(\text{cm}) \text{ 이므로} \\ \overline{MN} &= 10 + 10 - \overline{PQ} = 17 \\ \therefore \overline{PQ} &= 3(\text{cm})\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\square EFGH$ 는 직사각형 $ABCD$ 의 각 변의 중점을 연결한 사각형이고, $\square PQRS$ 는 $\square EFGH$ 의 각 변의 중점을 연결한 사각형이다. $\square PQRS$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

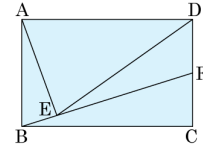
▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \overline{SR} = \frac{1}{2} \overline{HF} = 3 \text{ (cm)} \\ \overline{PS} &= \overline{QR} = \frac{1}{2} \overline{EG} = 5 \text{ (cm)} \\ \therefore (\text{둘레의 길이}) \\ &= (3 + 5) \times 2 \\ &= 16 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

6. 다음 직사각형 $ABCD$ 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

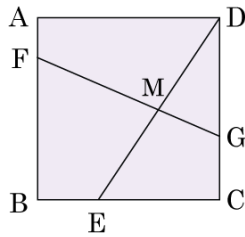
▶ 답 :

▷ 정답 : 20°

해설

선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,
 $\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$
 점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$ 는 이등변 삼각형
 이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90^\circ$ 이다.
 $\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90^\circ$
 $\therefore \angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

7. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{DM} = \overline{EM}$ 이고, $\overline{CE} = 8$, 선분 GM 이 5 일 때, 선분 FM 의 길이를 구하여라.

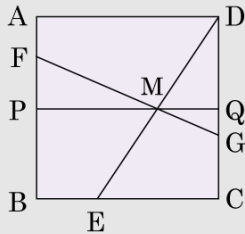


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

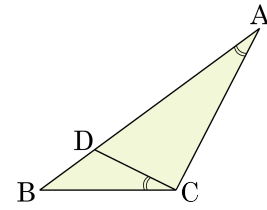
▶ 정답 : 10

해설



점 M 을 지나고 선분 AD 와 평행한 직선이 선분 AB , 선분 CD 와 만나는 점을 P, Q 라 두면,
 $\triangle DEC$ 에서 삼각형 중점연결 정리에 의해,
 $\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{CE} = 4$
 $\overline{PM} = \overline{PQ} - \overline{MQ} = 8$
 $\triangle FMP$ 와 $\triangle GMQ$ 는 닮음이므로,
 $\overline{FM} : \overline{GM} = \overline{PM} : \overline{MQ} = 8 : 4 = 2 : 1$
 $\therefore \overline{FM} = 10$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고, $\angle BAC = \angle BCD$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 와 $\triangle BAC$ 에서

$\angle B$ 는 공통, 조건에서 $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CD} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{BC}$$

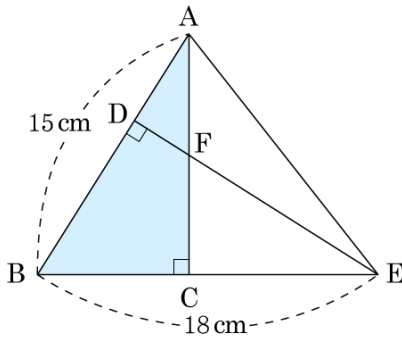
$$6 : \overline{BA} = 4 : 8 = \overline{BD} : 6$$

$$\overline{BA} = \frac{6 \times 8}{4} = 12$$

$$\overline{BD} = \frac{4 \times 6}{8} = 3$$

따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 12 - 3 = 9$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\angle FDA = \angle FCE = 90^\circ$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{EB} = 18$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 4 : 5$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{5}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서 조건에 의하여 $\angle FDA = \angle FCE = 90^\circ$,

$\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = 8$

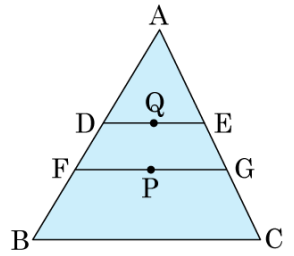
$$15 : 18 = 8 : \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{48}{5}$$

따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 15 - \frac{48}{5} = \frac{27}{5}$ 이므로 $\overline{AD} = \frac{27}{5}$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{BC}$ 이다. $\triangle AFG$ 와 $\square FBCG$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?

(단, Q는 $\triangle AFG$ 의 무게중심이며 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)



[배점 6, 상중]

- ① 2:3 ② 3:4 ③ 4:5 ④ 5:6 ⑤ 6:7

해설

중점을 M이라

하면

$$\overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AP} :$$

$$\overline{PM} = 2 : 1$$

$$\overline{AQ} = 2\overline{QP}, \overline{AP} =$$

$$3\overline{QP}$$

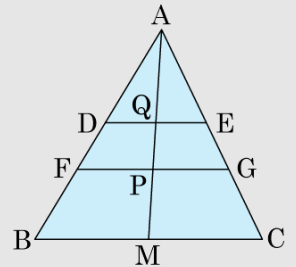
$$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AP} = \frac{3}{2}\overline{QP}$$

$$\overline{AQ} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \frac{3}{2}\overline{QP} = 4 : 2 : 3$$

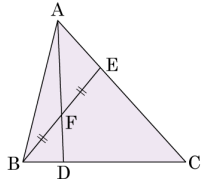
$\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ 이고 그 닮음비가 4 : 6 : 9이므로 각 삼각형의 밑변과 높이의 길이의 비도 4 : 6 : 9이며 넓이의 비는 $4^2 : 6^2 : 9^2$ 이다.

$$\therefore \triangle AFG : \square FBCG$$

$$= \triangle AFG : (\triangle ABC - \triangle AFG) = 36 : 45 = 4 : 5$$



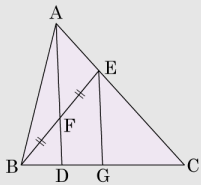
11. 다음 그림과 같이 변 AC의 삼등분 점 중 점 A에 가까운 점을 E, $\overline{BE}$ 의 중점을 F, 직선 AF와 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D라 할 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?



[배점 6, 상중]

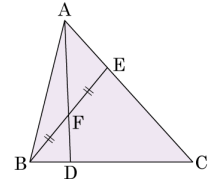
- ① 2:1 ② 3:1 ③ 4:1
④ 3:2 ⑤ 4:3

해설



점 E에서 $\overline{AD}$ 에 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G라고 하면 $\overline{BD} = \overline{DG}$
 $\overline{DG} : \overline{GC} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$
 $\overline{BC} : \overline{DC} = 4 : 3$
 $\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 4 : 3, \triangle ABC : \triangle ABD = 4 : 1$

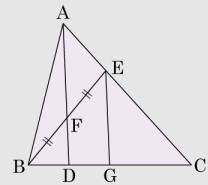
12. 다음 그림과 같이 변 AC의 삼등분 점 중 점 A에 가까운 점을 E, $\overline{BE}$ 의 중점을 F, 직선 AF와 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D라 할 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?



[배점 6, 상중]

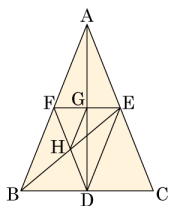
- ① 2:1 ② 3:1 ③ 4:1
④ 3:2 ⑤ 4:3

해설



점 E에서 $\overline{AD}$ 에 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G라고 하면 $\overline{BD} = \overline{DG}$
 $\overline{DG} : \overline{GC} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$
 $\overline{BC} : \overline{DC} = 4 : 3$
 $\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 4 : 3, \triangle ABC : \triangle ABD = 4 : 1$

13. $\triangle ABC$ 에서 선분 AB, BC, AC 의 중점이 F, D, E 이고, 선분 AD, BE 의 중점이 G, H 이다. $\square DEGH$ 와 $\triangle CDE$ 의 넓이의 비가 얼마인지 구하여라.



[배점 6, 상중]

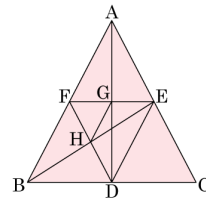
▶ 답 :

▶ 정답 : 3 : 4

해설

$\triangle BCE$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{HD} = \frac{1}{2}\overline{EC}$
 $\triangle BEA$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{FH} = \frac{1}{2}\overline{AE}$
 $\triangle ADC$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$
 $\triangle ABD$ 에서 중점연결 원리에 의해,
 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \overline{GE}$
 $\overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{DE}$ 이므로, $\overline{FH} : \overline{FD} = \overline{HG} : \overline{DE} = 1 : 2$
 $\triangle FHG : \triangle FDE = 1 : 4$
 $\square DEGH = \frac{3}{4}\triangle FDE = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \triangle ABC = \frac{3}{16}\triangle ABC$
 $\triangle CDE = \frac{1}{4}\triangle ABC$
 $\therefore \square DEGH : \triangle CDE = \frac{3}{16} : \frac{1}{4} = 3 : 4$

14. $\triangle ABC$ 에서 선분 AB, BC, AC 의 중점이 F, D, E 이고, 선분 AD, BE 의 중점이 G, H 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 16 일 때, $\square DEGH$ 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



[배점 6, 상중]

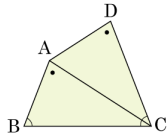
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\triangle BCE$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{HD} = \frac{1}{2}\overline{EC}$
 $\triangle BEA$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{FH} = \frac{1}{2}\overline{AE}$
 $\triangle ADC$ 에서 중점연결 원리에 의해, $\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$
 $\triangle ABD$ 에서 중점연결 원리에 의해,
 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \overline{GE}$
 $\overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{DE}$ 이므로, $\overline{FH} : \overline{FD} = \overline{HG} : \overline{DE} = 1 : 2$
 $\triangle FHG : \triangle FDE = 1 : 4$
 $\therefore \square DEGH = \frac{3}{4}\triangle FDE = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \triangle ABC = 3$

15. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{AD} = 6$ 이고, $\angle B = \angle C$, $\angle BAC = \angle D$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



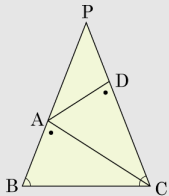
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{64}{5}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하면 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{PB} = \overline{PC}$



$\triangle PAD$ 와 $\triangle PCA$ 에서 $\angle P$ 는 공통
 $\angle PDA = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - \angle BAC = \angle PAC$

$\therefore \triangle PAD \sim \triangle PCA$ (AA 닮음)

$$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{CA}$$

$$\overline{PA} = (\overline{PB} - 8) = (\overline{PC} - 8)$$

$$\overline{PC} - 8 : \overline{PC} = 6 : 10 = 3 : 5$$

$$5\overline{PC} - 40 = 3\overline{PC}$$

$$2\overline{PC} = 40$$

$$\overline{PC} = 20 \quad \overline{PA} = 20 - 8 = 12 \text{ 이므로}$$

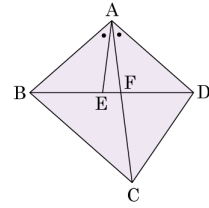
$$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$$

$$12 : 20 = \overline{PD} : 12$$

$$\overline{PD} = \frac{36}{5}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{PC} - \overline{PD} = 20 - \frac{36}{5} = \frac{64}{5} \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 12$ 인 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAE = \angle DAF$ 이고 $\overline{AE} = \overline{DF} = 9$, $\overline{CE} = 8$, $\overline{DE} = 7$ 일 때, $\overline{BD} \times \overline{CD}$ 를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 96

해설

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \angle ADB$ 조건에서

$\overline{AB} = \overline{AD} = 12$, $\angle BAE = \angle DAF$ 이므로

$\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (ASA 합동)

그러므로 $\overline{AE} = \overline{AF} = 9$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADB$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AD} = 12 : 16 = 3 : 4$

$\overline{AE} : \overline{AB} = 9 : 12 = 3 : 4$ 이고 $\angle BAD$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADB$ (SAS 닮음)

$\overline{EB} : \overline{BD} = 3 : 4$ 이므로 $9 : \overline{BD} = 3 : 4$

따라서 $\overline{BD} = 12$ 이므로

$\triangle ACE$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{AD} = 12 : 16 = 3 : 4$, $\overline{AE} : \overline{AC} = 9 : 12 = 3 : 4$ 이고 $\angle CAD$ 는 공통.

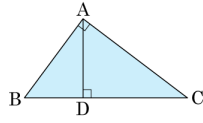
$\triangle ACE \sim \triangle ADC$ (SAS 닮음)

$\overline{EC} : \overline{CD} = 3 : 4$ 이므로 $8 : \overline{CD} = 3 : 4$

따라서 $\overline{CD} = \frac{32}{3}$ 이므로

$$\overline{BD} \times \overline{CD} = 12 \times \frac{32}{3} = 3 \times 32 = 96 \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle A = \angle ADC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{BD} = 9$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 150

해설

$\triangle BAD \sim \triangle BCA$ 이므로 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$$\therefore \overline{BA}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BD}$$

$$\overline{DC} = x \text{ 라 하면 } 15^2 = (9 + x) \cdot 9$$

$$\therefore x = 16$$

$\triangle ADB \sim \triangle CDA$ 이므로

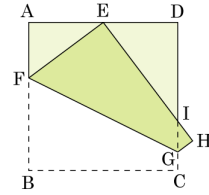
$$\overline{AD} : \overline{CD} = \overline{DB} : \overline{DA}$$

$$\overline{AD} : 16 = 9 : \overline{DA}$$

$$\overline{DA}^2 = 144 \therefore \overline{DA} = 12$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $25 \times 12 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 16 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = 6$, $\overline{AE} = 8$ 이 되도록 꼭짓점 B 를 점 E 에 오도록 접었다. 이때 $\overline{EI}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

$\angle E = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AEF = \angle DIE$, ABCD 는 정사각형이므로 $\angle A = \angle D = 90^\circ$

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle DEI$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{AF} : \overline{DE} = \overline{FE} : \overline{EI} = \overline{AE} : \overline{DI}$

정사각형의 한 변의 길이가 16 이므로 $\overline{BF} = 16 - 6 = 10$, 접었으므로 $\overline{BF} = \overline{EF} = 10$,

$$\overline{DE} = 16 - \overline{AE} = 16 - 8 = 8$$

$$6 : 8 = 10 : \overline{EI}$$

$$\therefore \overline{EI} = \frac{40}{3}$$