

단원테스트 클리닉

1. x 는 주사위를 던져서 나오는 눈의 수이다. 이때, $\frac{12}{x}$ 가 정수가 되는 경우의 수로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 가지 ② 2 가지 ③ 3 가지
④ 4 가지 ⑤ 5 가지

해설

$\frac{12}{x}$ 가 정수가 되는 경우는 x 가 12의 약수이어야 한다.

따라서 x 는 1, 2, 3, 4, 6으로 (5 가지)이다.

2. 1에서 50까지의 수가 각각 적힌 50장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3의 배수 또는 5의 배수가 나올 확률을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{23}{50}$

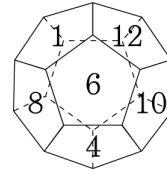
해설

(3의 배수가 나올 확률) + (5의 배수가 나올 확률) -

(15의 배수가 나올 확률)

$$\frac{16}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{23}{50}$$

3. 다음 그림과 같이 각 면에 1부터 12까지의 자연수가 각각 적힌 정십이면체를 던져 윗면을 조사할 때, 3의 배수 또는 5의 배수가 나오는 경우의 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

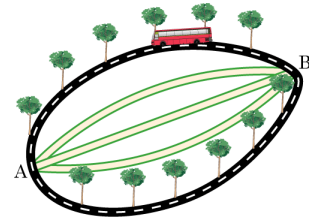
▶ 답:

▶ 정답: 6 가지

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12의 4가지이고 5의 배수는 5, 10의 2가지이다. 따라서 3의 배수 또는 5의 배수는 $4 + 2 = 6$ (가지)이다.

4. 다음 그림과 같은 섬의 두 마을 A, B 사이에는 버스길이 2개, 등산로가 3개 있다. 버스 또는 걸어서 갈 수 있는 방법의 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

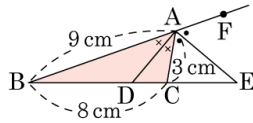
▶ 답:

▶ 정답: 5 가지

해설

$2 + 3 = 5$ (가지)이다.

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle CAE = \angle FAE$ 이고, $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 6cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

$$9 : 3 = 8 - \overline{CD} : \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\text{cm}$$

또한, 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해

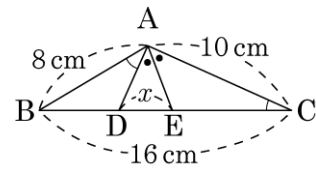
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

$$9 : 3 = 8 + \overline{CE} : \overline{CE}$$

$$\therefore \overline{CE} = 4\text{cm}$$

따라서 $\overline{DE} = \overline{CD} + \overline{CE} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4cm

해설

$\triangle ABD \sim \triangle CBA$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{BD} : 8 = 8 : 16 \rightarrow \overline{BD} = 4(\text{cm})$$

$$\overline{AD} : 10 = 8 : 16 \rightarrow \overline{AD} = 5(\text{cm})$$

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{EC} = 16 - 4 - x = 12 - x$ 이고

$\triangle ADC$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$

$$5 : 10 = x : (12 - x)$$

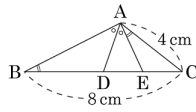
$$10x = 5(12 - x)$$

$$15x = 60$$

$$x = 4$$

$$\therefore \overline{DE} = 4\text{cm}$$

7. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAE$, $\angle BAD = \angle DAE$ 이고 $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4cm

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle C$ 가 공통,

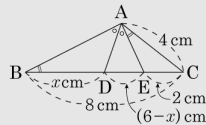
$\angle ABC = \angle CAE$ 이므로

$\triangle CAE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$$\overline{AC}^2 = \overline{CE} \times \overline{CB}$$

$$4^2 = \overline{CE} \times 8$$

$$\therefore \overline{CE} = 2\text{cm}$$



또한, $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 에서

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AE}$$

$$4\overline{AB} = 8\overline{AE} \rightarrow \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 1$$

$\overline{BD} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = 6 - x$ 이므로

$\triangle ABE$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DE}$

$$2 : 1 = x : (6 - x)$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

8. 집합 A, B, C 에 대해서 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{1, 2\}$ 이고, $C \subset B \subset A$ 가 성립할 때, $3 \in B$ 일 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$C = \{1, 2\} \subset B \subset A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 인 경우는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ (가지) 이다.

이 중에 $3 \in B$ 인 경우는 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ (가지) 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 동전 3 개를 동시에 던질 때, 합이 -1 이 될 확률은?



앞면



뒷면

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

동전 3 개를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 가지이고, 합이 -1 이 나오려면 뒷면 2 개, 앞면 1 개가 나와야 한다. 따라서 (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)로 3 가지이다. 따라서 합이 -1 이 될 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

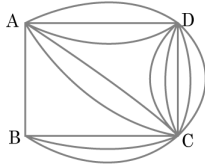
10. [8][9] 2 장의 카드에서 한 장을 뽑아 십의 자리의 수를 정하고, [0][1][2][3][4][5][6][7]의 8 장의 카드에서 한 장을 뽑아 일의 자리의 수를 정하여 두 자리 정수를 만든다. 이 때, 만들어진 수가 80 이하의 짝수이거나 90 이상의 홀수일 확률은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

해설

모든 경우의 수는 $2 \times 8 = 16$ (가지).
80 이하의 짝수인 경우는 80 일 경우 1 가지이고,
90 이상의 홀수인 경우는 91, 93, 95, 97 의 4 가
지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$ 이다.

11. A, B, C, D 네 개의 마을 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 한 마을에서 다른 마을로 이동을 할 때, 이동 방법이 가장 많은 경우의 수와 가장 적은 경우의 수의 차를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** 4 가지

해설

이동 방법이 가장 많은 경우는 C 마을에서 D 마
을로 이동하는 경우로 5 가지이며 이동 방법이 가
장 적은 경우는 A 마을에서 B 마을로 이동하는
경우로 1 가지이다. 따라서 두 경우의 수의 차는 4
가지이다.

12. 상자에 15 개의 제비가 들어있다. 임의로 한 개의 제
비를 뽑는 경우 당첨 제비가 0 개일 때, 당첨될 확률과
당첨제비가 15 개일 때, 당첨될 확률의 합을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** 1

해설

(당첨 제비가 0 개일 때 당첨될 확률) = $\frac{0}{15} = 0$,
(당첨 제비가 15 개일 때 당첨될 확률) = $\frac{15}{15} = 1$,
따라서 합은 1 이다.

13. 어떤 사건이 일어날 확률이 p 일 때, 다음 설명 중에서
틀린 것은? [배점 4, 중중]

- ① 어떤 사건이 일어날 수 있는 가능성을 수로 나
타낸 것을 확률이라 한다.
② 이 사건이 일어나지 않을 확률은 $p - 1$ 이다.
③ $p = 1$ 인 사건은 반드시 일어난다.
④ 정십이면체 모양의 주사위를 한 번 던질 때, 13
이 나올 확률은 0 이다.
⑤ $p = \frac{1}{2}$ 인 사건이 일어날 가능성은 50 % 이다.

해설

② 일어나지 않을 확률은 $1 - p$ 이다.

14. 다음 확률의 성질 중 옳지 않은 것은?

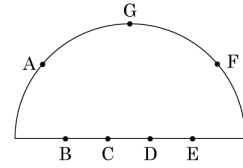
[배점 4, 중중]

- ① 어떤 사건이 일어날 확률을 p 라고 하면 $0 \leq p \leq 1$ 이다.
- ② 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 p 라고 하면 $0 < p < 1$ 이다.
- ③ 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.
- ④ $\frac{\text{사건 } A \text{가 일어날 확률}}{\text{사건 } A \text{가 일어날 경우의 수}} = \frac{\text{모든 경우의 수}}{\text{모든 경우의 수}}$ 이다.
- ⑤ (사건 A 가 일어날 확률) + (사건 A 가 일어나지 않을 확률) = 1

해설

② 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 p 라고 하면, $0 \leq p \leq 1$

15. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



[배점 4, 중중]

- ① 21개
- ② 31개
- ③ 35개
- ④ 150개
- ⑤ 210개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7 \times 6 \times 5$ (가지)이다. 이때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$ (개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E 중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다. 따라서 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} - \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 35 - 4 = 31$ (가지)이다.

16. 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드 중에서 두 장의 카드를 차례로 뽑을 때, 적힌 숫자의 합이 5 또는 9일 경우의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 가지

해설

카드를 차례대로 2장 꺼내기 때문에 중복된 수는 제외한다.

합이 5인 경우 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) 의 4가지

합이 9인 경우 : (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1) 의 8가지 따라서 12가지이다.

17. 헤지가 어떤 문제를 맞출 확률이 $\frac{3}{4}$ 이다. 헤지가 두 문제를 풀 때, 적어도 한 문제를 맞출 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{16}$

해설

(적어도 한 문제를 맞출 확률)

$$= 1 - (\text{모두 틀릴 확률})$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{16}$$

18. 헤지가 어떤 문제를 맞출 확률이 $\frac{3}{4}$ 이다. 헤지가 두 문제를 풀 때, 적어도 한 문제를 맞출 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{16}$

해설

(적어도 한 문제를 맞출 확률)

$$= 1 - (\text{모두 틀릴 확률})$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{16}$$

19. 장마 기간 동안 비 온 다음날 비가 올 확률은 80% , 비가 오지 않은 다음날 비가 올 확률은 25% 라고 한다. 장마 기간에 첫째 날에 비가 왔을 때, 셋째 날에도 비가 올 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{49}{50}$ ② $\frac{57}{70}$ ③ $\frac{69}{100}$
 ④ $\frac{49}{110}$ ⑤ $\frac{73}{110}$

해설

(i) 둘째 날 비가 오고 셋째 날에도 비가 올 확률 : $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$

(ii) 둘째 날 비가 오지 않고 셋째 날에는 비가 올 확률 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$

(i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{16}{25} + \frac{1}{20} = \frac{64}{100} + \frac{5}{100} = \frac{69}{100}$ 이다.

20. 진숙, 민지 두 **사람**이 어떤 년센스 퀴즈를 푸는데 진숙이가 퀴즈를 풀 확률이 $\frac{3}{8}$ 이고 진숙, 민지 모두 풀지 못할 확률이 $\frac{1}{8}$ 일 때, 민지가 이 퀴즈를 풀 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{5}$

해설

민지가 이 퀴즈를 풀 확률을 x 라 하면
 $\frac{5}{8} \times (1 - x) = \frac{1}{8} \quad \therefore x = \frac{4}{5}$
 따라서 민지가 이 문제를 풀 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다.

21. 서로 다른 두 **개**의 주사위를 동시에 던질 때, 경우의 수가 가장 적은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 눈의 합이 11인 경우의 수
- ② 두 눈의 차가 3인 경우의 수
- ③ 두 눈의 합이 12보다 큰 경우의 수
- ④ 두 눈의 곱이 6인 경우의 수
- ⑤ 두 눈의 서로 같은 경우의 수

해설

- ① (5, 6), (6, 5) $\therefore$ 2 **가지**
- ② (1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)
 $\therefore$ 6 **가지**
- ③ 0 **가지**
- ④ (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) $\therefore$ 4 **가지**
- ⑤ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)
 $\therefore$ 6 **가지**

22. 주머니 속에 파란 구슬 2 **개**, 빨간 구슬 3 **개**, 흰 구슬 2 **개**가 들어 있다. 이 주머니에서 차례로 한 **개**씩 두 번 꺼낼 때, 두 **개**의 구슬이 같은 색일 확률이 제일 높은 구슬은 어떤 색인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 빨간색

해설

$$\begin{aligned} \text{파란 구슬 2번} &: \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42} = \frac{1}{21} \\ \text{빨간 구슬 2번} &: \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7} \\ \text{흰 구슬 2번} &: \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42} = \frac{1}{21} \end{aligned}$$

23. A, B, C, D, E, F, G의 7 **명**을 일렬로 세우는데 C가 맨 앞에 오고 B가 D보다 앞에 오는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 360 **가지**

해설

C를 맨 앞에 세우고 난 후, 나머지 6 **명**을 일렬로 세우는 경우의 수는 720 **가지**이다.
 이 가운데 B가 D보다 앞에 오는 경우는 D가 B보다 앞에 오는 경우는 $\frac{1}{2}$ 이다.
 따라서 360 **가지**이다.

24. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 세 사람이 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{1}{9}$ 이다.
- ㉡ 비기는 경우는 한 가지만 있다.
- ㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{9}$ 이다.
- ㉣ 승부가 날 확률은 $\frac{8}{9}$ 이다.
- ㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{2}{9}$ 이다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 세 사람이 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$
- ㉡ 비기는 경우는 두 가지가 있다. (서로 같은 것을 내는 경우, 서로 다른 것을 내는 경우)
- ㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{3}$ (서로 같은 것을 내는 경우 $\frac{1}{9}$, 서로 다른 것을 내는 경우 $\frac{2}{9}$)
- ㉣ 승부가 날 확률은 $1 - (\text{비기는 경우}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- ㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

25. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률 : $\frac{2}{9}$
- ② 비길 확률 : $\frac{1}{9}$
- ③ 승부가 결정될 확률 : $\frac{2}{3}$
- ④ A만 이길 확률 : $\frac{1}{9}$
- ⑤ A가 이길 확률 : $\frac{1}{3}$

해설

- ① $\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$
- ② $\left(\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$
- ③ $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$
- ⑤ $\frac{3}{27} \times 3 = \frac{1}{3}$

26. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
- ④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n 개, 검은 구슬의 개수는 $7 - n$ 으로 할 때,
두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}$, $n^2 = 9, n = 3$
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

27. 상자 속에 1에서 9까지의 숫자가 각각 적힌 카드가 9장이 들어 있다. 한 장의 카드를 꺼내 본 후 다시 넣고 한 장의 카드를 꺼내 볼 때, 두 카드에 적힌 수의 합이 짝수일 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{27}{64}$ ② $\frac{16}{45}$ ③ $\frac{41}{81}$ ④ $\frac{52}{81}$ ⑤ $\frac{7}{45}$

해설

두 수의 합이 짝수가 되는 경우는 두 수가 모두 짝수이거나 홀수일 때이다.

첫 번째 꺼낸 카드의 수가 짝수일 확률은 $\frac{4}{9}$,

두 번째 꺼낸 카드의 수가 짝수일 확률도 $\frac{4}{9}$ 이므로

두 수가 모두 짝수일 확률은 $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$

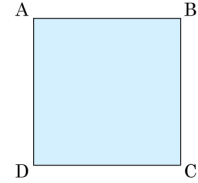
첫 번째 꺼낸 카드의 수가 홀수일 확률은 $\frac{5}{9}$,

두 번째 꺼낸 카드의 수가 홀수일 확률도 $\frac{5}{9}$ 이므로

두 수가 모두 홀수일 확률은 $\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{81} + \frac{25}{81} = \frac{41}{81}$

28. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD가 있다. 성민이와 병수가 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 □ABCD의 꼭짓점 B에서 출발하여 사각형 변을 따라 시계방향으로 점을 이동시키고 있다. 성민이와 병수가 차례로 한번씩 주사위를 던질 때, 성민이는 점 D에 병수는 점 A에 점을 놓게 될 확률을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** $\frac{1}{18}$

해설

점 B에서 출발하여 D에 놓일 경우는

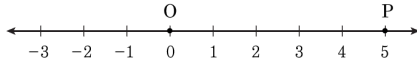
$\begin{cases} B \rightarrow C \rightarrow D \end{cases}$

$\begin{cases} B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \end{cases} \therefore 2 \text{ 또는 } 6$
점 B에서 출발하여 A에 놓일 경우는 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \therefore 3$

따라서 성민이가 점 D에 놓일 확률은 $\frac{1}{3}$, 병수가 점 A에 놓일 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

$\therefore \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

29. 다음 그림과 같이 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 수직선을 따라 양의 방향으로 3 만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1 만큼 이동한다. 동전을 3 번 던져서 이동하였을 때, P 지점에 있게 될 확률은? (단, 출발점은 O 이다.)



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

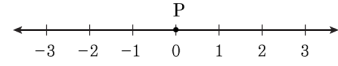
해설

동전을 3 번 던져 나오는 전체 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)이다.

동전을 3 번 던져서 이동하였을 때, P 지점에 있게 되려면 (앞, 뒤) = (2, 1) 인 경우뿐이다.

따라서 앞면이 두 번, 뒷면이 한 번 나오는 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞) 인 3 가지이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 점 P 가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 점 P 를 움직인다고 한다. 동전을 네 번 던져서 점 P 가 2 에 올 확률은?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

동전을 네 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ (가지)이다.

P 가 2 에 오는 경우는 앞이 3 번, 뒤가 1 번인 경우이다.

(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞), (뒤, 앞, 앞, 앞) 의 4 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 이다.

31. 5 개의 문자 a, b, c, d, e 를 사용하여 만들어지는 120 개의 문자를 사전식으로 $abcde$ 에서 $edcba$ 까지 나열하였다. 이 때, $bdcea$ 는 몇 번째에 있는지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 40 번째

해설

$$a \times \times \times \times : 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$ba \times \times \times, bc \times \times \times : 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$$

$$bda \times \times : 2$$

다음에 오는 문자는 $bdcae, bdcea$ 이므로 40 번째가 된다.

32. 5 부터 9 까지 5 장의 카드 중에서 3 장을 뽑아 세 자리의 수를 만들어 큰 수부터 작은 수를 차례로 나열할 때, 965는 몇 번째 수인가? [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 9 번째

해설

백의 자리가 9 일 때, 십의 자리가 7 보다 큰 경우는 모두 $2 \times 3 = 6$ (가지) 이다.

백의 자리가 9 이고, 십의 자리가 6 인 경우 큰 수부터 차례대로 나열하면 968, 967, 965 이다.

따라서 965 는 큰 수부터 9 번째 수이다.

34. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 눈이 각각 a, b 라 할 때, 직선 $ax + by = 15$ 가 점(1, 2) 를 지날 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이다.

$ax + by = 15$ 에 점 (1, 2) 를 대입하면 $a + 2b = 15$ 가 된다. 이를 만족하는 순서쌍은 (3, 6), (5, 5) 이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

33. 다음 그림과 같이 생긴 자물쇠가 있다. 이 자물쇠를 여섯 개의 알파벳 중에서 순서대로 알파벳 네 개를 누르면 열리도록 설계하려고 한다. 자물쇠의 비밀번호로 만들 수 있는 총 경우의 수는?



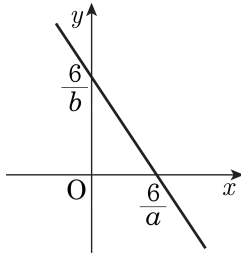
[배점 5, 중상]

- ① 30 가지 ② 42 가지 ③ 120 가지
④ 360 가지 ⑤ 720 가지

해설

여섯 개의 알파벳 중에 네 개를 선택하여 일렬로 세우는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (가지) 이다.

35. 다음 그림은 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 a, b 라고 할 때, 직선 $ax + by = 6$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 이 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9가 될 확률을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

$ax + by = 6$ 에서 x 절편은 $y = 0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{6}{a}$ 이고 y 절편은 $x = 0$ 일 때 y 의 값인 $\frac{6}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{6}{a} \times \frac{6}{b} = 9$, $9ab = 18$, $ab = 2$ 이다. 따라서 $(a, b) = (1, 2), (2, 1)$ 의 2 가지이다. 두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이므로 구하려는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

36. 집합 $A = \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중 한 개의 집합을 선택할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 원소의 개수가 0 개인 부분집합은 1 개이므로 확률은 $\frac{1}{32}$ 이다.
 ㉡ 원소의 개수가 1 개인 부분집합은 4 개이므로 확률은 $\frac{1}{16}$ 이다.
 ㉢ 원소의 개수가 2 개인 부분집합은 10 개이므로 확률은 $\frac{5}{16}$ 이다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

주어진 집합의 원소의 개수가 5 개 이므로 모든 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

- ㉠ 원소의 개수가 0 개인 부분집합은 1 개이므로 확률은 $\frac{1}{32}$ 이다.
 ㉡ 원소의 개수가 1 개인 부분집합은 5 개이므로 확률은 $\frac{5}{32}$ 이다.
 ㉢ 원소의 개수가 2 개인 부분집합은 원소 5 개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$, 따라서 확률은 $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$ 이다.

37. 두 개의 주머니에 검은색 바둑돌과 흰색 바둑돌이 섞여 들어있는데, 첫 번째 주머니에는 검은색 바둑돌이 6 개, 흰색 바둑돌이 4 개 들어있고, 두 번째 주머니에는 각각의 바둑돌의 개수는 알 수 없지만 총 20 개의 바둑돌이 들어 있다. 각각의 주머니에서 한 개씩의 바둑돌을 꺼냈을 때, 적어도 한 개는 검은색 바둑돌이 나올 확률이 $\frac{16}{25}$ 일 때, 두 번째 주머니에 들어있는 흰색 바둑돌의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 18 개

해설

두 개 중 적어도 한 개의 검은색 바둑돌이 나오는 사건의 확률이 $\frac{16}{25}$ 이므로, 두 번째 주머니에 흰색 바둑돌이 x 개 들어 있다고 할 때, 모두 흰색 바둑돌이 나올 확률은

$$\frac{4}{10} \times \frac{x}{20} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{4x}{200} = \frac{72}{200}$$

$$\therefore x = 18$$

38. 두 개의 주머니에 검은색 바둑돌과 흰색 바둑돌이 섞여 들어있는데, 첫 번째 주머니에는 검은색 바둑돌이 6 개, 흰색 바둑돌이 4 개 들어있고, 두 번째 주머니에는 각각의 바둑돌의 개수는 알 수 없지만 총 20 개의 바둑돌이 들어 있다. 각각의 주머니에서 한 개씩의 바둑돌을 꺼냈을 때, 적어도 한 개는 검은색 바둑돌이 나올 확률이 $\frac{16}{25}$ 일 때, 두 번째 주머니에 들어있는 흰색 바둑돌의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 18 개

해설

두 개 중 적어도 한 개의 검은색 바둑돌이 나오는 사건의 확률이 $\frac{16}{25}$ 이므로, 두 번째 주머니에 흰색 바둑돌이 x 개 들어 있다고 할 때, 모두 흰색 바둑돌이 나올 확률은

$$\frac{4}{10} \times \frac{x}{20} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{4x}{200} = \frac{72}{200}$$

$$\therefore x = 18$$

39. 남학생 3 명, 여학생 2 명 중에서 2 명의 대표를 선출한다. 적어도 한 명은 여학생이 선출될 확률이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

5 명 중에 2 명의 대표를 뽑는 모든 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ (가지), 2 명 모두가 남학생 3 명 중에서 선출될 경우의 수는 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지)이므로 2 명 모두 남학생이 선출될 확률은 $\frac{3}{10}$ 이다. 그러므로 구하는 확률은 $1 - (2명 모두 남학생이 선출될 확률) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ 이다.

$$a = 7, b = 10$$

$$\therefore a + b = 17$$

40. 남학생 3 명, 여학생 2 명 중에서 2 명의 대표를 선출한다. 적어도 한 명은 여학생이 선출될 확률이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

5 명 중에 2 명의 대표를 뽑는 모든 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ (가지), 2 명 모두가 남학생 3 명 중에서 선출될 경우의 수는 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지) 이므로 2 명 모두 남학생이 선출될 확률은 $\frac{3}{10}$ 이다. 그러므로 구하는 확률은 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ 이다.

$$a = 7, b = 10$$

$$\therefore a + b = 17$$

41. 1에서 15까지의 수가 각각 적혀 있는 15장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 큰 것은? [배점 5, 중상]

- ① 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수
- ② 15의 약수인 눈이 나오는 경우의 수
- ③ 짝수인 눈이 나오는 경우의 수
- ④ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수
- ⑤ 10보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설

- ① (5, 10, 15) 3가지
- ② (1, 3, 5, 15) 4가지
- ③ (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14) 7가지
- ④ (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) 8가지
- ⑤ (11, 12, 13, 14, 15) 5가지

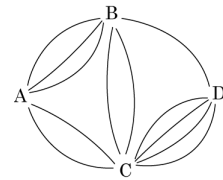
42. A 시에서 B 시로 가는 길이 4가지, B 시에서 C 시로 가는 길은 3가지가 있다. A 시에서 B 시를 거쳐서 C로 갔다가 돌아올 때, 갔던 길은 돌아오지 않고, 다시 B 시를 거쳐 A 시로 돌아오는 방법은 몇 가지인가? [배점 5, 중상]

- ① 18가지 ② 24가지 ③ 36가지
- ④ 72가지 ⑤ 80가지

해설

갈 때 $A \rightarrow B \rightarrow C : 4 \times 3 = 12$ (가지)
돌아올 때 $C \rightarrow B \rightarrow A : 2 \times 3 = 6$ (가지)
따라서 $12 \times 6 = 72$ (가지) 이다.

43. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A에서 D로 가는 길의 수를 구하면 ?



[배점 5, 중상]

- ① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
- ④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

$A \rightarrow B \rightarrow D : 3 \times 1 = 3$ (가지)
 $A \rightarrow C \rightarrow D : 2 \times 4 = 8$ (가지)
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D : 3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)
 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D : 2 \times 2 \times 1 = 4$ (가지)
따라서 A에서 D로 가는 경우의 수는 $3 + 8 + 24 + 4 = 39$ (가지) 이다.

44. 정십이면체의 각 면에는 1에서 12까지의 숫자가 쓰여 있다. 이 정십이면체 주사위를 한 번 던졌을 때, 3의 배수 또는 36의 약수가 나올 경우의 수는?

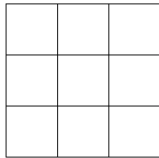
[배점 5, 중상]

- ① 2가지 ② 4가지 ③ 6가지
 ④ 7가지 ⑤ 10가지

해설

3의 배수: 3, 6, 9, 12 → 4가지
 36의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 → 7가지
 따라서 7가지이다.

45. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?



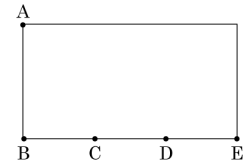
[배점 5, 중상]

- ① 12개 ② 24개 ③ 36개
 ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4 \times 3}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 6 \times 6 = 36(\text{개})$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 5개의 점이 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

점 A와 점 B, C, D, E 중 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있으므로 삼각형의 개수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6(\text{개})$ 이다.

47. 정사면체의 네 면에 각각 7, 7, -7, 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

(0, 0), (7, -7), (-7, 7)일 확률의 합이므로 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$ 이다.

48. 항아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 항아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 33 가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B, 4의 배수의 집합을 C라고 할 때,

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ 이다.

$n(A) = 25, n(B) = 16, n(C) = 12, n(A \cap B) = 8, n(B \cap C) = 4, n(C \cap A) = 12, n(A \cap B \cap C) = 4$ 이다.

따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는

$25 + 16 + 12 - 8 - 4 - 12 + 4 = 33$ (가지) 이다.

49. 네 곳의 학원을 세 명의 학생이 선택하는 경우의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 12가지 ② 24가지 ③ 27가지

④ 64가지 ⑤ 81가지

해설

학생 한 명이 선택할 수 있는 학원이 네 곳이므로 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (가지) 이다.

50. A, B, C 중학교에서 4명씩 선발하여 달리기 시합을 한다. 각 학교별로 시합을 하여 2명씩 다시 선발한다고 할 때, 최종 시합에 나가게 되는 학생들이 뽑는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 216 가지

해설

각 학교별로 2명씩 선발하는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1}$ 이고, 세 학교가 동시에 2명을 선발하므로 총 경우의 수는 $\left(\frac{4 \times 3}{2}\right)^3 = 216$ (가지) 이다.

51. 어느 중학교 총학생회 임원 선거에서 학생회장 후보 4명, 부회장 후보 4명, 선도부장 후보 5명이 출마했다. 이 중 회장 1명, 부회장 2명, 선도부장 3명을 뽑는 경우의 수를 고르면? [배점 5, 중상]

① 120가지 ② 180가지 ③ 240가지

④ 360가지 ⑤ 720가지

해설

회장을 뽑을 경우의 수 : 4(가지)

부회장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ (가지)

선도부장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지)

따라서 회장 1명, 부회장 2명, 선도부장 3명을 뽑는 경우의 수는

$4 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 240$ (가지) 이다.

52. 6명의 친구들이 자동차 세 대에 나누어 타려고 한다.
모두 운전을 할 수 있다고 할 때, 빈차가 없게 나누어
탈 수 있는 방법의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90 가지

해설

빈 차가 없게 나누어 타야 하므로 경우의 수는
(1, 1, 4), (1, 2, 3), (2, 2, 2)밖에 없다.

i) (1, 1, 4)인 경우

한 명씩 두 번 뽑는 경우에서 2가지씩 중복되므로
 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지)가 있다.

ii) (1, 2, 3)인 경우

한 명 뽑은 후 남은 다섯 명 중 두 명을 뽑는 경우와
같으므로 $6 \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 60$ (가지)가 있다.

iii) (2, 2, 2)인 경우

여섯 명 중 두 명을 뽑고, 남은 네 명 중 두 명을
뽑는 경우에서 각각 6가지씩 중복되므로
 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 15$ (가지)가 있다.

따라서 구하고자 하는 방법의 수는 $15 + 60 + 15 = 90$ (가지)이다.

54. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 어느 남학
생끼리도 이웃하지 않고, 어느 여학생끼리도 서로 이웃
하지 않도록 세우는 경우의 수는? [배점 5, 중상]

① 12 가지

② 24 가지

③ 48 가지

④ 60 가지

⑤ 72 가지

해설

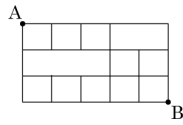
남학생끼리 이웃하지 않고, 여학생끼리도 서로 이
웃하지 않도록 세우는 경우는 남학생과 여학생을
번갈아 가며 세우는 것이다. (남, 여, 남, 여, 남, 여),
(여, 남, 여, 남, 여, 남)의 두 경우에서 각각 남학생
과 여학생을 세우는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$
(가지)이다. 따라서 (남, 여, 남, 여, 남, 여)로 세우는
경우는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이고 (여, 남, 여, 남, 여,
남)의 경우도 36 가지이므로 구하는 경우의 수는
72 가지이다.

53.

[배점 5, 중상]

해설

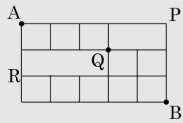
55. 아래 그림과 같은 도로망에서 A 부터 B 에 이르는 가장 가까운 길의 경우의 수를 구하여라.



[배점 5, 상하]

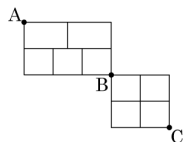
- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설



$$\begin{aligned}
 A \rightarrow P \rightarrow B &: 1 \text{ 가지} \\
 A \rightarrow Q \rightarrow B &: \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 24 \text{ (가지)} \\
 A \rightarrow R \rightarrow B &: 1 \times \frac{6!}{1! \times 5!} = 6 \text{ (가지)} \\
 \therefore 1 + 24 + 6 &= 31 \text{ (가지)}
 \end{aligned}$$

56. 다음 그림과 같은 길에서 점 A 를 출발하여 점 C 까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.

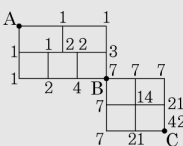


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42 가지

해설



59. 키가 모두 다른 20 명 중에서 3 명을 뽑아 키가 큰 순서대로 세우는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

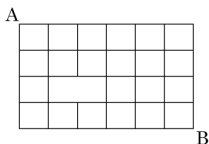
▶ 답 :

▷ 정답 : 1140 가지

해설

20 명 중에서 순서를 생각하지 않고 세 명을 뽑는 경우의 수이므로 $\frac{20 \times 19 \times 18}{3!} = 1140$ (가지)이다.

60. 다음 그림과 같은 바둑판 모양의 길 중 일부가 산사태로 인해 막혀 버렸다. A 지점에서 B 지점까지 가는 최단 경로의 수를 구하여라.

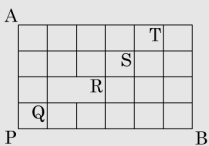


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 180 가지

해설



A → P → B 의 경우 : 1 가지
A → Q → B 의 경우 : $\frac{4!}{1!3!} \times \frac{6!}{1!5!} = 24$ (가지)
A → R → B 의 경우 : $\frac{5!}{2!3!} \times \frac{5!}{2!3!} = 100$ (가지)
A → S → B 의 경우 : $\frac{5!}{1!4!} \times \frac{5!}{3!2!} = 50$ (가지)
A → T → B 의 경우 : $1 \times \frac{5!}{4!} = 5$ (가지)
따라서 $1 + 24 + 100 + 50 + 5 = 180$ (가지)이다.