

문제 풀이 과제

1. 다음 표는 명진이네 반 학생들의 수학 성적을 나타낸 것이다. 마지막 계급의 누적도수를 구하여라.

수학성적(점)	상대도수	누적도수
50 이상 60 미만		3
60 ~ 70	0.2	8
70 ~ 80	0.5	
80 ~ 90		

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 25

해설

마지막 계급의 누적도수는 전체도수이다. 도수 $8 - 3 = 5$ 인 계급의 상대도수가 0.2 이므로 전체도수는 $\frac{5}{0.2} = 25$ 이다.

2. 다음은 대도시들의 지난 여름 장마 동안의 비 온 날 수를 조사하여 나타낸 것이다. 8일 이상 12일 미만의 도수가 21일 때, a 의 값과 전체 도수를 구하여라.

날수(일)	누적도수
0 이상 4 미만	3
4 ~ 8	a
8 ~ 12	30
12 ~ 16	43
16 ~ 20	50

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

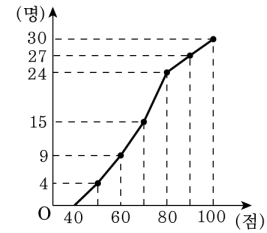
▶ 정답 : 50

해설

$$a + 21 = 30, a = 9$$

전체도수는 마지막 계급의 누적도수와 같다.

3. 다음은 어느 학급의 영어 성적을 누적도수의 그래프로 나타낸 것이다. 이 학급 상위 20%의 영어 성적 평균을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90 점

해설

전체 학생의 20% 인 학생 수는 $30 \times \frac{20}{100} = 6$ (명)
 이므로 점수가 좋은 쪽에서 6 명의 기록의 평균은
 $\frac{85 \times 3 + 95 \times 3}{6} = \frac{540}{6} = 90$ (점)이다.

4. 다음은 어떤 강의를 수강한 45 명 학생의 성적에 대한 누적도수의 분포표이다. A 를 받은 학생의 누적도수는 전체의 20 % 이상이고, B⁺ 을 받은 학생의 누적도수는 전체의 60 % 이하일 때, B⁺ 을 받은 학생 수의 최댓값을 구하여라.

성적	누적도수(명)
A ⁺	6
A	
B ⁺	
B	41
C ⁺	44
C	44
F	45

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

A 를 받은 학생의 누적도수를 x , 계급 B⁺ 의 누적도수를 y 라 하자.

이때, A 를 받은 학생의 누적도수는 전체의 20 % 이상이므로

$$x \geq 45 \times 0.2 \therefore x \geq 9$$

B⁺ 을 받은 학생의 누적도수는 전체의 80 % 이하이므로

$$y \leq 45 \times 0.8 \therefore y \leq 36$$

이때, $y \geq x$ 이므로 $0 \leq y - x \leq 36 - 9$

따라서 $0 \leq y - x \leq 27$ 이므로, B⁺ 을 받은 학생 수의 최댓값은 27 명이다.

5. 다음은 학생 60 명의 주말 동안 컴퓨터 사용 시간을 조사하여 나타낸 누적도수의 분포표이다. 주말 동안 컴퓨터를 3 시간 이상 사용하지 않는 학생의 수가 전체의 55 % 일 때, 학생 60 명의 주말 컴퓨터 사용 시간의 평균을 구하여라.

시간	누적도수(명)
0 ~ 1 ^{미만}	5
1 ~ 2	8
2 ~ 3	20
3 ~ 4	12
4 ~ 5	9
5 ~ 6	6

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 시간

해설

주말 동안 컴퓨터 사용 시간이 3 시간이 되지 않는 학생의 수가 전체의 55 % 이므로

2 시간 이상 3 시간 미만 계급의 누적도수를 x 라고 하면,

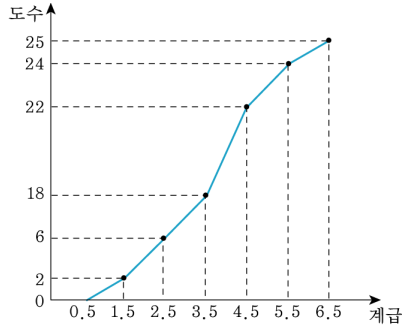
$$\frac{x}{60} \times 100 = 55$$

$$\therefore x = 33$$

따라서 각 계급의 도수는 각각 5 명, 8 명, 20 명, 12 명, 9 명, 6 명이므로 평균은

$$(0.5 \times 5 + 1.5 \times 8 + 2.5 \times 20 + 3.5 \times 12 + 4.5 \times 9 + 5.5 \times 6) \div 60 = 3 \text{ (시간)}$$

6. 다음은 도수의 합이 40 인 도수분포표를 누적도수의 그래프로 나타낸 것인데, 실수로 한 계급의 도수를 잘못 보고 나타내었다. 잘못된 그래프로 구한 평균이 실제 평균보다 1.08 만큼 작을 때, 잘못 본 계급의 계급값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 12 + 4 \times 4 + 5 \times 2 + 6 \times 1}{25}$$

$$= \frac{78}{25} = 3.12 \text{ 이다.}$$

따라서 바르게 구한 평균은 $3.12 + 1.08 = 4.2$ 이다.

도수를 잘못 본 계급의 계급값을 x 권이라 하면

평균 독서량은

$$25 \times \frac{78}{25} + (40 - 25) \times x$$

$$\frac{78 + 15x}{40} = 4.2 \text{ 이다.}$$

$$\frac{78 + 15x}{40} = 4.2$$

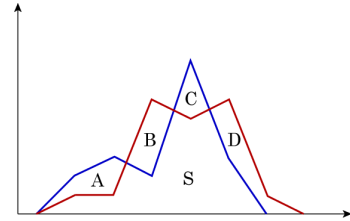
$$15x + 78 = 168$$

$$15x = 90$$

$$\therefore x = 6$$

따라서 잘못 본 계급의 계급값 $x = 6$ 이다.

7. 다음은 계급의 크기가 15인 어떤 두 자료의 분포를 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 두 그래프가 만나서 생긴 네 부분을 각각 A, B, C, D 라고 하고, 나머지 부분과 x 축이 만나서 생긴 부분을 S 라고 하자. $A + S = 11.5$, $B + S = 9$ 일 때, $C + D$ 의 값을 구하여라.

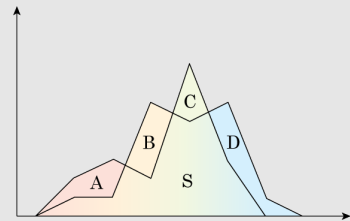


[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9.5

해설



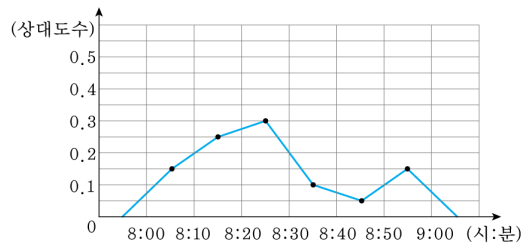
상대도수 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 계급의 크기이므로 두 그래프의 넓이는 15로 같다.

$$C = 15 - 11.5 = 3.5$$

$$D = 15 - 9 = 6$$

$$\therefore C + D = 9.5$$

8. 다음은 어느 학교의 수험생들이 고사장에 도착한 시각을 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 이 학교의 후배들은 8시부터 고사장 입구에 도착하여 선배들에게 차를 나누어 주었다. 선배들이 도착한 시각 중 8시 10분 이상 8시 20분 미만인 학생 수 보다 8시 20분 이상 8시 30분 미만인 학생수가 50 명 더 많을 때 전체 학생 수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 전체 학생 수: 1000 명

해설

두 계급의 차를 구하면 $0.3 - 0.25 = 0.05$
 (전체 학생 수) = $\frac{\text{(학생 수의 차)}}{\text{(상대도수의 차)}}$ 이므로
 $\frac{50}{0.05} = 1000$ (명)이다.

9. 다음은 대한중학교 1학년 2반 45 명의 기말고사 수학적 누적도수를 기록한 분포표이다. 50 점 이상 60 점 미만 계급의 도수와 90 점 이상 100 점 미만의 계급의 도수가 같고, 80 점 이상 90 점 미만을 받은 학생 수가 가장 많다. 70 점 이상 80 점 미만의 계급의 도수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

계급	누적도수
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	2
40 ~ 50	6
50 ~ 60	13
60 ~ 70	23
70 ~ 80	
80 ~ 90	
90 ~ 100	45

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

계급	누적도수	도수
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	2	2
40 ~ 50	6	4
50 ~ 60	13	7
60 ~ 70	23	10
70 ~ 80	a	$a-23$
80 ~ 90	b	$b-a$
90 ~ 100	45	$45-b$

50 점 이상 60 점 미만 계급의 도수와 90 점 이상 100 점 미만의 계급의 도수가 같으므로

$7 = 45 - b$, $b = 38$ 이고, 80 점 이상 90 점 미만을 받은 학생 수가 가장 많으므로 $38 - a > 10$, $38 - a > a - 23$ 이어야 한다. 따라서 $a < 28$, $30.5 > a$ 이므로 $a \leq 27$ ($\because a$ 는 자연수) 또한 계급의 도수 이므로 $a - 23 \geq 0$, $a \geq 23$ 이다.

따라서, 마의 도수 a 의 값은 $23 \leq a \leq 27$ 이므로 최댓값은 27, 최솟값은 23 이다.

따라서 $M = 27$, $m = 23$ 이므로 $M - m = 27 - 23 = 4$ 이다.

10. 무게가 각각 1g 부터 13g 까지 자연수 무게인 13 종류의 구슬 40 개가 있다. 이 구슬을 무게가 1g, 3g, 9g 인 추와 양팔 저울로 무게를 측정하여 다음과 같은 누적도수 분포표를 만들었다. 구슬 50 개 중, 추 2 개만을 사용하여 무게를 잴 수 있는 구슬들의 무게의 합을 구하여라.

무게(g)	누적도수(개)
1	4
2	7
3	12
4	14
5	15
6	16
7	20
8	25
9	28
10	32
11	35
12	38
13	40

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 136 g

해설

무게별 사용하는 추와 구슬 수는 다음과 같다.

무게(g)	도수(개)	1g	3g	9g
1	4	○		
2	3	○	○	
3	5		○	
4	2	○	○	
5	1	○	○	○
6	1		○	○
7	4	○	○	○
8	5	○		○
9	3			○
10	4	○		○
11	3	○	○	○
12	3		○	○
13	2	○	○	○

추 2 개를 모두 사용해야 하는 무게는 2g, 4g, 6g, 8g, 10g, 12g 이다.

$$\therefore (\text{무게의 합}) = 2 \times 3 + 4 \times 2 + 6 \times 1 + 8 \times 5 + 10 \times 4 + 12 \times 3 = 136 \text{ (g)}$$

11. 어떤 자료를 크기순으로 배열했을 때, 중앙에 위치하는 변량을 중간값이라고 한다. 자료 3, 6, 9, 10, 13, 15 가 있고 여기에 자료의 변량을 제외한 자연수 n 을 추가하였을 때, 7 개 자료의 평균이 (중간값+2) 가 된다. 이를 만족하는 n 의 값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

1) $n < 9$ 일 때, 중간값은 9 평균은 (중간값 + 2) 이므로

$$11 = \frac{3 + 6 + 9 + 10 + 13 + 15 + n}{7} = \frac{56 + n}{7}, \therefore n = 21$$

n 이 9 보다 작은 자연수이므로 맞지 않다.

2) $9 < n < 10$ 일 때, n 은 자연수가 될 수 없다.

3) $n > 10$ 일 때, 중간값은 10

$$\text{평균은 } 12 = \frac{56 + n}{7} \therefore n = 28$$

따라서 $n = 28$ 이다.

12. 1, 3, 5, 7, 9, 11 에 n 이라는 자연수를 추가한 자료가 있다. 이들 7 개의 수 중 중간 크기의 수를 중간값이라고 할 때, 중간값과 이들 7 개의 수의 평균이 같아지는 n 을 모두 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 13

해설

1) $n < 5$ 일 때, 중간값은 5 이다.

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{1+3+5+7+9+11+n}{7} = \frac{n+36}{7} = 5, \therefore n = -1 \\ &\rightarrow n \text{ 은 } 5 \text{ 보다 작은 자연수이므로 성립할 수 없다.} \end{aligned}$$

2) $5 < n < 7$ 일 때, 중간값은 n 이다.

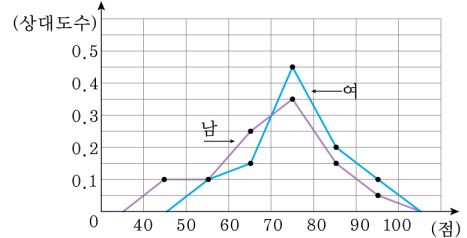
$$\frac{n+36}{7} = n, \therefore n = 6$$

3) $n > 7$ 일 때, 중간값은 7 이다.

$$\frac{n+36}{7} = 7, \therefore n = 13$$

따라서 $n = 6, 13$ 이다.

13. 다음은 어느 학교 남학생과 여학생의 수학 성적을 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 수학 성적이 80 점 이상 90 점 미만인 계급에서 남학생의 수와 여학생의 수가 같고, 전체 남학생 수와 여학생 수의 최소공배수가 240 일 때, 이 학교 여학생 중 수학 성적이 상위 30% 인 학생 수의 평균을 구하여라. (단, 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 88

해설

남학생을 x , 여학생을 y 라 하면 계급값이 85점인 곳에서 같으므로 $0.15x = 0.2y$

$$x : y = 4 : 3$$

$$x = 4k, y = 3k \quad (k > 0)$$

$$4 \times 3 \times k = 240$$

$$k = 20$$

따라서 전체 여학생 수는 $3 \times 20 = 60$ (명)이다.

상위 30%인 학생 수는 $60 \times \frac{30}{100} = 18$ (명) 이내에 있어야 하므로

90 이상 100 미만의 계급의 학생 수는 $0.1 \times 60 = 6$ (명)

80 이상 90 미만의 계급의 학생 수는 $0.2 \times 60 = 12$ (명)이므로

$$\text{평균을 구하면 } \frac{(95 \times 6) + (85 \times 12)}{18} = 88$$