

문제 풀이 과제

1. 맥도리아에서 햄버거 6종류, 음료수 3종류, 선택메뉴 4종류가 있다. 세트메뉴를 주문하면 햄버거 1개, 음료수 1개, 선택메뉴 1개를 먹을 수 있다. 세트메뉴를 주문하는 방법은 모두 몇 가지인가? [배점 5, 상하]

- ① 36가지 ② 72가지 ③ 144가지
④ 48가지 ⑤ 96가지

해설

$$6 \times 3 \times 4 = 72 \text{ (가지)}$$

2. 항아리에 서로 다른 흰 돌과 검은 돌이 섞여서 모두 10개가 담겨 있다. 이 중 2개의 돌을 골랐을 때, 적어도 1개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수가 35가지라고 한다. 검은 돌의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5개

해설

흰 돌이 최소 1개 이상 뽑히는 사건은 2개 모두 검은 돌이 뽑히는 사건의 여사건이다.

검은 돌의 개수를 x 라 하면, 흰 돌의 개수는 $10 - x$ 이고

10개 중 2개를 고르는 경우의 수는 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$ (가지)이고

2개 모두 검은 돌이 뽑히는 경우의 수는 $\frac{x(x-1)}{2}$ (가지)이다.

적어도 1개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수는

$$45 - \frac{x(x-1)}{2} = 35$$

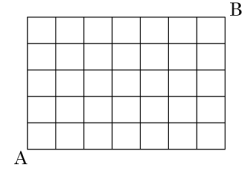
$$\frac{x(x-1)}{2} = 10$$

$$x(x-1) = 20$$

x 와 $x-1$ 은 둘 다 자연수이므로, 이를 만족하는 $x = 5$ 이다.

따라서 검은 돌은 5개이다.

3. 다음 그림과 같이 정사각형 35개를 붙여 만든 큰 직사각형이 있다. 정사각형의 모서리만 따라서 이동할 수 있을 때, 꼭짓점 A에서 B까지 가는 최단 경로의 개수를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 792 가지

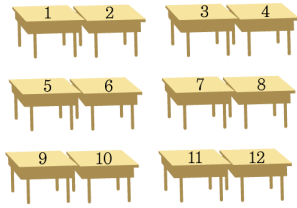
해설

A에서 B까지 $\rightarrow$, $\uparrow$ 의 방향으로 각각 7번, 5번의 선택이 필요하다.

이는 12개 중 같은 것이 7개, 5개씩 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로

구하는 경우의 수는 $\frac{12!}{7!5!} = 792$ (가지)이다.

4. 다음과 같이 배치된 12 개의 자리에 남학생 4 명과 여학생 4 명을 앉히려 한다. 남학생과 여학생이 옆 자리의 짝이 되게 할 때의 경우의 수를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 138240 가지

해설

첫 번째 남학생이 자리를 잡는 방법은 12 가지,
두 번째 남학생이 자리를 잡는 방법은 첫 번째 남학생이 앉은 줄의 두 자리를 제외한 10 가지,
세 번째 남학생이 자리를 잡는 방법은 앞의 두 남학생이 앉은 두 줄의 네 자리를 제외한 8 가지
네 번째 남학생이 자리를 잡는 방법은 앞의 세 남학생이 앉은 세 줄의 여섯 자리를 제외한 6 가지이다.

이때, 네 남학생의 옆 자리에 네 명의 여학생이 앉는 방법은 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $12 \times 10 \times 8 \times 6 \times 24 = 138240$ (가지)이다.

5. 부모님과 나, 친구 5 명이 놀이동산에 놀러갔을 때, 우리 가족끼리 항상 이웃하여 서게 되는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4320 가지

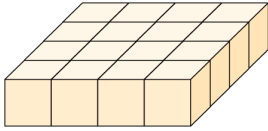
해설

(1) 우리 가족 3 명을 묶어서 한 사람으로 생각하면 6 명을 일렬로 세우는 경우이므로

$6! = 720$ (가지)

(2) 가족 3 명이 자리를 바꾸는 경우는 $3! = 6$ (가지) 따라서 $720 \times 6 = 4320$ (가지)이다.

6. 10 개의 투명 정육면체와 6 개의 노란색 정육면체를 가로 4 줄, 세로 4 줄로 [그림1] 과 같은 모양으로 배열하였을 때, 이 입체도형을 좌우앞뒤 모든 방향에서 본 모양이 [그림2] 와 같았다. 이와 같은 모양이 나오는 경우는 모두 몇 가지인지 구하여라.



[그림 1]



[그림 2]

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1584 가지

해설

좌우앞뒤 모든 방향에서 보았을 때 [그림2] 와 같은 모양이 나오기 위해서는 모든 가로줄과 세로줄에 노란색 정육면체가 1 개 이상 있어야 한다.

6 개의 노란색 정육면체 중 4 개를 먼저 택하여 가로와 세로가 중복되지 않도록 배열하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

나머지 2 개의 노란색 정육면체는 나머지 12 개의 자리 중 2 개의 자리를 골라 넣으면 되므로 경우의 수는

$$\frac{12 \times 11}{2} = 66(\text{가지})$$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $24 \times 66 = 1584$ (가지) 이다.

7. 다음 조건을 만족하는 여섯 자리의 자연수 N 의 개수를 구하여라.

- ㉠ 각 자리의 숫자에서 높은 자리의 숫자는 낮은 자리의 숫자보다 작지 않다.
- ㉡ 양 끝 자리의 숫자의 합은 9 이다.
- ㉢ 여섯 자리 자연수 876543 와 N 의 각 자리의 숫자를 비교해 보면, 백의 자리의 숫자가 같고, 나머지 자리의 숫자는 N 이 항상 작다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 가지

해설

여섯 자리의 자연수 $N = abcdef$ 라고 하면 조건

㉠로부터 $a + f = 9$ 를 만족하는 순서쌍 (a, f) 는 $(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1), (9, 0)$ 이고

조건 ㉢로부터 $d = 5$,

$a < 8, b < 7, c < 6, e < 4, f < 3$ 이다.

조건 ㉠, ㉢를 만족하는 (a, f) 의 순서쌍은 $(7, 2)$

이므로 $a = 7, d = 5, f = 2$

따라서 $N = 7bc5e2$ 에서 조건 ㉠

$a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f$ 를 만족하는 순서쌍 (b, c, e) 는

(i) $b = 7$ 일 때, $(7, 7, 5), (7, 7, 4), \dots (7, 5, 2)$ 의 $4 + 4 + 4 = 12$ (가지)

(ii) $b = 6$ 일 때, $(6, 6, 5), (6, 6, 4), \dots (6, 5, 2)$ 의 $4 + 4 = 8$ (가지)

(iii) $b = 5$ 일 때, $(5, 5, 5), (5, 5, 4), \dots (5, 5, 2)$ 의 4 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $12 + 8 + 4 = 24$ (가지) 이다.

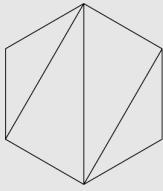
8. 정육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어 4 개의 삼각형을 만들려고 한다. 이러한 방법 중 2 쌍의 삼각형이 합동인 경우의 수를 구하여라 [배점 6, 상중]

▶ 답:

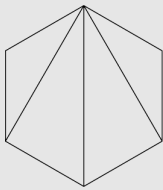
▶ 정답: 12 가지

해설

육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어서 2 쌍의 삼각형이 합동인 4 개의 삼각형으로 나누는 방법은 두 가지가 있다.



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$ (가지) 이다.

9. 세 개의 숫자 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만든 네 자리 정수 중 3000 보다 큰 정수는 몇 가지인가? [배점 6, 상중]

- ① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지
④ 18 가지 ⑤ 24 가지

해설

3000 보다 큰 정수를 만들기 위해서는 $3 \times \times \times$ 또는 $4 \times \times \times$ 형태이어야 한다.

$3 \times \times \times$ 인 경우는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지), $4 \times \times \times$ 인 경우는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$ (가지) 이다.

10. 1, 2, 3, 4, 5 의 숫자가 적혀 있는 다섯 장의 카드에서 세 장의 카드를 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 그 정수가 4 의 배수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가? [배점 6, 상중]

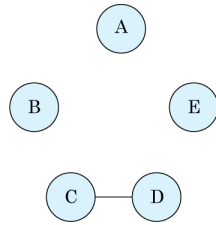
- ① 6 가지 ② 8 가지 ③ 12 가지
④ 18 가지 ⑤ 24 가지

해설

4 의 배수가 되기 위해서는 끝의 두 자리 수가 4 의 배수가 되어야 한다. 주어진 카드로 만들 수 있는 4 의 배수는

(124, 132, 152), (312, 324, 352), (412, 432, 452), (512, 524, 532) 로 12 가지이다.

11. 다음 그림과 같은 5 개의 섬에 추가로 다리를 3 개 더 만들어서 모든 섬이 연결되게 만들려고 할 때, 경우의 수를 구하여라. (단, 다리는 직선으로 연결하는 한 가지 방법만 있으며, 2 개 이상의 다리가 교차할 수 있다.)



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34 가지

해설

- (1) B, (C - D), E 를 모두 연결하지 않는 경우
A 에서 3 개의 섬, 즉, B, (C - D), E 에 다리를 연결하는 방법은 (C, D) 에 다리를 놓는 방법이 C 또는 D 와 연결하는 2 가지이므로 총 2 가지이다.
- (2) B, (C - D), E 중 2 개의 섬을 연결하는 경우
두 섬 B, (C - D) 를 연결하는 다리를 놓고 A 에서 두 섬 (B - C - D), E 에 각각 다리를 놓으면 된다. 이때, B 에서 (C - D) 에 다리를 놓는 방법이 2 가지이고, A 에서 (B - C - D) 에 다리를 놓는 방법이 3 가지이므로 $3 \times 2 = 6$ (가지)이다.
또, 두 섬 (C - D), E 를 연결하는 다리를 놓고 A 에서 두 섬 (C - D - E) 와 B 에 각각 다리를 놓는 방법도 6 가지이다.
두 섬 B 와 E 를 연결하는 다리를 놓고 A 에서 두 섬 (B, E) 와 (C, D) 에 각각 다리를 놓는 방법은 4 가지이다.
따라서 총 $6 + 6 + 4 = 16$ (가지)이다.
- (3) B, (C - D), E 를 모두 연결하는 경우
세 섬 B, (C - D), E 를 모두 연결하고 A 에서 하나의 섬 (B - C - D - E) 로 다리를 놓으면 된다. 세 섬을 연결하는 방법은 B, (C - D) 를 연결하는 방법 2 가지, (C - D), E 를 연결하는 방법 2 가지이므로 $2 \times 2 = 4$ 가지이고, A 에서 하나의 섬 (B - C - D - E) 를 연결하는 방법은 4 가지이므로 $4 \times 4 = 16$ (가지)이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $2 + 16 + 16 = 34$ (가지)이다.

12. 1, 2, 3, 4, 5 의 5 장의 카드 중에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들어 작은 수부터 큰 수로 나열할 때 43 은 몇 번째 수인가? [배점 6, 상상]

- ① 12 번째 ② 15 번째 ③ 18 번째
④ 21 번째 ⑤ 24 번째

해설

십의 자리가 1, 2, 3 일 때 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 4 개씩이므로 $3 \times 4 = 12$ (가지), 십의 자리가 4 일 때 두 자리 정수는 41, 42, 43, 45이다. 따라서 43 은 $12 + 3 = 15$ (번째)이다.