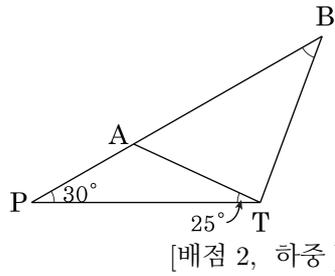


확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 가 성립할 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하여라.



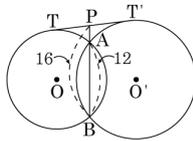
▶ 답:

▷ 정답: 25°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 다음 그림과 같이 \overline{PT} 는 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이다.
 $\therefore \angle ABT = \angle PTA = 25^\circ$

2. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O, O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{PB} = 16$, $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\overline{TT'}^2$ 의 값을 구하여라.



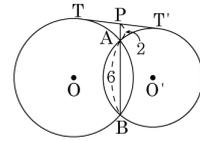
▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

원 O 에서 $\overline{PT}^2 = (16 - 12) \times 16 = 64$ 이다.
 $\therefore \overline{PT} = 8$ (단, $\overline{PT} > 0$)
 $\overline{PT} = \overline{PT'} = 8$ 이므로 $\overline{TT'} = 16$ 이다.
 $\therefore \overline{TT'}^2 = 256$

3. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O, O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{TT'}$ 의 길이를 구하여라.



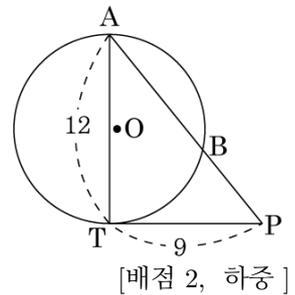
▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

원 O 에서 $\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 6) = 16$ 이다.
 $\therefore \overline{PT} = 4$ (단, $\overline{PT} > 0$)
 $\overline{PT} = \overline{PT'} = 4$ 이므로 $\overline{TT'} = 8$ 이다.

4. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O 의 접선이고, \overline{AT} 는 원 O 의 지름이다. \overline{AP} 가 원 O 와 만나는 점을 B 라고 할 때, \overline{PB} 의 길이를 구하여라.



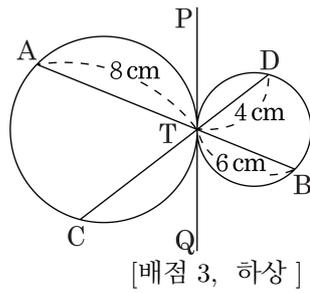
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{27}{5}$

해설

$\overline{PA}^2 = 12^2 + 9^2$ 이므로 $\overline{PA} = 15$
 $\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$
 $9^2 = \overline{PB} \times 15$
 $\therefore \overline{PB} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}$

5. 다음 그림에서 \overleftrightarrow{PQ} 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, \overline{CT} 의 길이는?

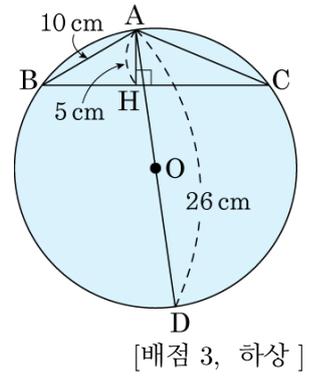


- ① $\frac{10}{3}$ cm ② 4cm ③ $\frac{14}{3}$ cm
 ④ $\frac{16}{3}$ cm ⑤ 6cm

해설

$$\begin{aligned} \angle TAC &= \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB \\ 8 : 6 &= \overline{CT} : 4 \\ 6\overline{CT} &= 32 \\ \therefore \overline{CT} &= \frac{16}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

6. 지름 \overline{AD} 의 길이가 26cm 인 원에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{AH} = 5$ cm 일 때, \overline{HC} 의 길이를 구하여라.

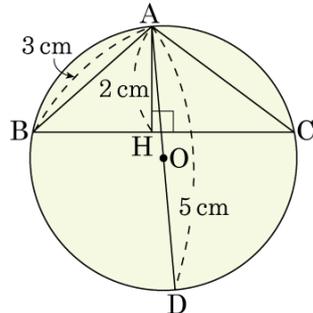


▶ 답:
 ▷ 정답: 12 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{CD} \text{ 를 작도하면 } \triangle ABH \text{ 와 } \triangle ADC \text{ 은 AA 닮음이다.} \\ \overline{AB} : \overline{AD} &= \overline{AH} : \overline{AC} \\ 10 : 26 &= 5 : \overline{AC} \\ 10 \cdot \overline{AC} &= 130 \\ \overline{AC} &= 13 \text{ cm} \\ \triangle AHC \text{ 가 직각삼각형이므로} \\ \overline{HC} &= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm 이다.} \end{aligned}$$

7. 지름 \overline{AD} 의 길이가 5cm 인 원에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AH} = 2\text{cm}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① $\frac{8}{3}\text{cm}$ ② 3cm ③ $\frac{10}{3}\text{cm}$
 ④ $\frac{11}{3}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

\overline{CD} 를 작도하면 $\triangle ABH$ 와 $\triangle ADC$ 은 AA 닮음이다.

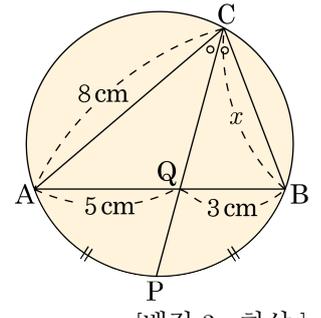
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC}$$

$$3 : 5 = 2 : \overline{AC}$$

$$3 \cdot \overline{AC} = 10$$

$$\overline{AC} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

8. 다음 그림에서 $\widehat{AP} = \widehat{BP}$ 일 때, \overline{CB} 의 길이를 구하면? ($\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{AQ} = 5\text{cm}$, $\overline{BQ} = 3\text{cm}$)



[배점 3, 하상]

- ① $\frac{22}{5}\text{cm}$ ② $\frac{23}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
 ④ 5cm ⑤ $\frac{26}{5}\text{cm}$

해설

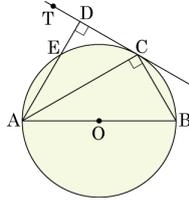
$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AQ} : \overline{BQ}$$

$$8 : x = 5 : 3$$

$$5x = 24$$

$$\therefore x = \frac{24}{5} \text{ cm}$$

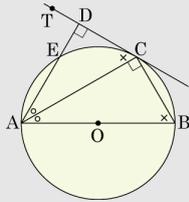
9. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O 의 지름이고, 점 C 는 접점이다. 점 A 에서 접선 CT 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 하상]

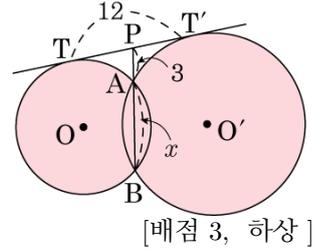
- ① $\angle DCA = \angle CBA$ ② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 ③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$ ④ $\angle CAD = \angle ACD$
 ⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)
 \overline{CD} 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

10. 다음 그림에서 $\overline{TT'}$ 은 두 원 O, O' 에 공통으로 접할 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

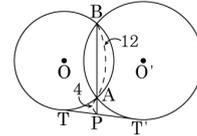
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2$$

$$\therefore \overline{PT} = \overline{PT'} = 6$$

$$3(3 + x) = 6^2$$

$$\therefore x = 9$$

11. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O, O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 공통접선이다. $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\overline{TT'}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

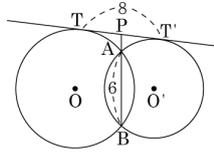
해설

$$\text{원 } O \text{에서 } \overline{PT}^2 = 4 \times (4 + 12) = 64$$

$$\therefore \overline{PT} = 8 (\because \overline{PT} > 0)$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} = 8 \text{ 이므로 } \overline{TT'} = 16$$

12. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 두 원 O, O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{TT'} = 8, \overline{AB} = 6$ 일 때, \overline{PA} 의 길이를 구하여라.



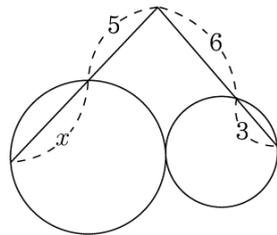
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▷ 정답: 2

해설

$\overline{PT} = \overline{PT'} = 4$ 이다.
 \overline{PA} 를 x 라 하면
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로
 $4^2 = x \times (x + 6)$ 이다.
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x - 2)(x + 8) = 0$
 $\therefore x = 2$ ($\because x > 0$)

13. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



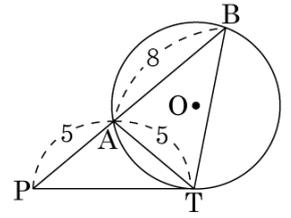
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▷ 정답: $\frac{29}{5}$

해설

$5(5 + x) = 6(6 + 3), 25 + 5x = 54$
 $\therefore x = \frac{29}{5}$

14. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O 의 접선이고, \overline{PB} 는 할선이다. \overline{BT} 의 길이를 구하여라.
 (단, 점 T 는 접점이다.)



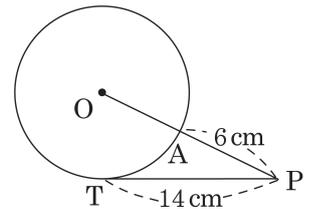
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▷ 정답: $\sqrt{65}$

해설

$\overline{PT}^2 = 5 \times 13 = 65, \overline{PT} = \sqrt{65}$ ($\because \overline{PT} > 0$)
 $\angle APT = \angle ATP = \angle ABT$ 이므로
 $\overline{BT} = \overline{PT} = \sqrt{65}$

15. 다음 그림은 원 O 의 접선 PT 와 접점 T 를 나타낸 것이다. $\overline{PA} = 6\text{cm}, \overline{PT} = 14\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



[배점 3, 중하]

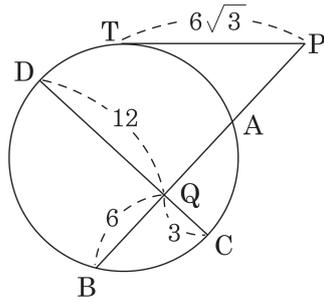
- ① $\frac{38}{3}$ cm ② $\frac{40}{3}$ cm ③ $\frac{41}{3}$ cm
 ④ $\frac{43}{3}$ cm ⑤ $\frac{44}{3}$ cm

해설

반지름의 길이를 x cm라고 하면
 $14^2 = 6(6 + 2x)$
 $196 = 36 + 12x$
 $12x = 160$
 $\therefore x = \frac{40}{3}$ (cm)

16. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점이다. 이때, \overline{PA} 의 길이는?

[배점 3, 중하]

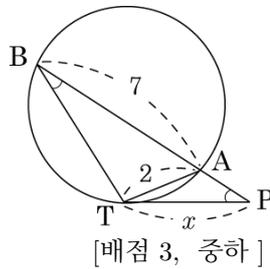


- ① 4 ② 5
- ③ 6 ④ 7
- ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} \overline{AQ} \times 6 &= 3 \times 12, \overline{AQ} = 6 \\ \overline{PA} &= x \text{라 하면 } (6\sqrt{3})^2 = x(x + 12) \\ 108 &= x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0 \\ (x + 18)(x - 6) &= 0 \\ \therefore x &= 6 (\because x > 0) \end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, \overline{PT} 의 길이는 얼마인가?



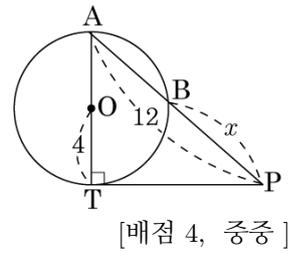
[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \angle PTA &= \angle ABT \text{이므로 } \triangle PAT \text{ 는 이등변삼각형이다.} \\ \overline{PA} &= \overline{AT} = 2, x^2 = 2 \times 9 \\ x^2 &= 18 \\ \therefore x &= 3\sqrt{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O 의 접선이고, T 는 접점이다. x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

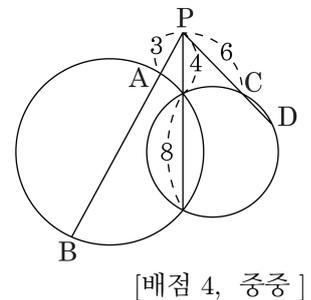
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{20}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AT} &= 8, \overline{AP} = 12 \text{ 이므로} \\ \overline{PT} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} \\ &= \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ (4\sqrt{5})^2 &= x \times 12, 80 = 12x \\ \therefore x &= \frac{80}{12} = \frac{20}{3} \end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

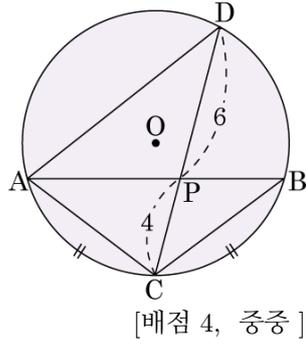
▶ 답:

▶ 정답: 15

해설

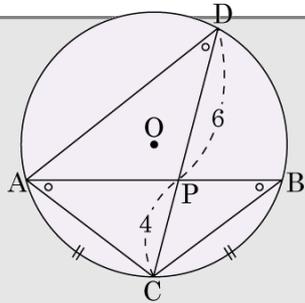
$$\begin{aligned} 4 \times 12 &= 3 \times (3 + \overline{AB}) \\ 48 &= 9 + 3\overline{AB}, 3\overline{AB} = 39 \therefore \overline{AB} = 13 \\ 4 \times 12 &= 6 \times (6 + \overline{CD}) \\ 48 &= 36 + 6\overline{CD}, 12 = 6\overline{CD} \therefore \overline{CD} = 2 \\ \therefore \overline{AB} + \overline{CD} &= 13 + 2 = 15 \end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, $\overline{PC} = 4$, $\overline{PD} = 6$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



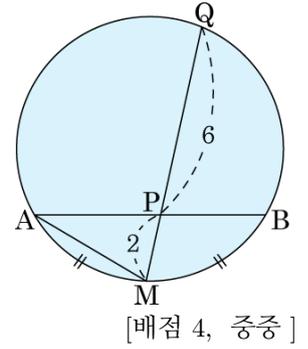
- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $2\sqrt{6}$
 ④ 5 ⑤ $2\sqrt{10}$

해설



$$\begin{aligned} \triangle PAC \sim \triangle ADC \text{ 이므로 } \overline{AC} : \overline{DC} &= \overline{CP} : \overline{AC} \\ \overline{AC} : 10 &= 4 : \overline{AC} \\ \overline{AC}^2 &= 4 \times 10 \quad \therefore \overline{AC} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 \widehat{AB} 의 중점을 M 이라 하고 M 에서 그은 직선이 \overline{AB} , 원과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{MP} = 2$, $\overline{PQ} = 6$ 이면 \overline{AM} 의 길이를 구하여라.



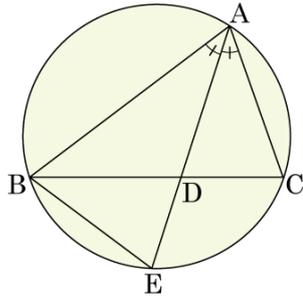
▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{AM}^2 = \overline{MP} \times \overline{MQ}$ 이므로 $\overline{AM} = x$ 라고 두면 $x^2 = 2 \times 8 = 16$, $x = 4(x > 0)$ 이다.

22. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D , 외접원과 만나는 점을 E 라고 하자. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{AE} = 8$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

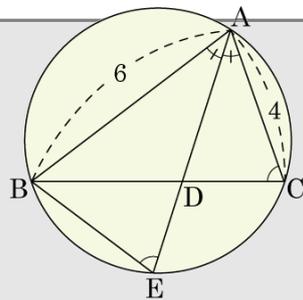


[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설



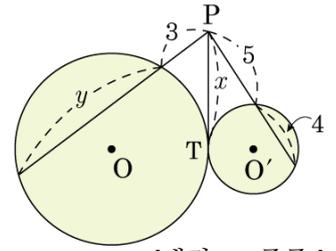
$\angle BAE = \angle DAC$, $\angle AEB = \angle ACD$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서, $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$, $\frac{\overline{AD}}{6} = \frac{4}{8}$

$\therefore \overline{AD} = 3$

23. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 두 원 O, O' 의 공통 내접선일 때, $x + y$ 의 값을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{5} + 12$ ② $2\sqrt{5} + 12$ ③ $3\sqrt{5} + 12$
 ④ $4\sqrt{5} + 12$ ⑤ $5\sqrt{5} + 12$

해설

$$x^2 = 5 \cdot 9$$

$$x = 3\sqrt{5}$$

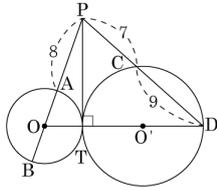
$$3(3 + y) = 5 \cdot 9$$

$$3 + y = 15$$

$$y = 12$$

$$\therefore x + y = 3\sqrt{5} + 12$$

24. 다음 그림에서 \overline{PT} 이 원 O 의 접선이고, \overline{OT} 는 원 O 의 반지름, \overline{DT} 는 원 O' 의 지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

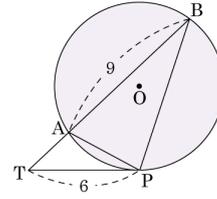
▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
 $8 \times \overline{PB} = 7 \times (7 + 9)$ 이다.
 $8 \times (2\overline{OA} + 8) = 7 \times 16$
 $\therefore \overline{OA} = 3$
 $\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = 3$
 또, 원 O 에서 $\overline{PT}^2 = 7 \times 16 = 112$ 이므로
 $\triangle PTD$ 에서 $\overline{DT} = \sqrt{\overline{PD}^2 - \overline{PT}^2}$
 $= \sqrt{16^2 - 112} = 12$ 이다.
 따라서 $\overline{O'T} = \frac{1}{2}\overline{DT} = 6$ 이므로
 $\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = 3 + 6 = 9$ 이다.

25. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}:\overline{PB}$ 를 구하여라.



[배점 5, 중상]

① 2 : 3

② 1 : 2

③ 2 : 1

④ 3 : 2

⑤ 1 : 1

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \cdot \overline{TB}$$

$$36 = \overline{TA} \cdot (\overline{TA} + 9)$$

$\therefore \overline{TA} = 3$ $\triangle TAP \sim \triangle TPB$ 이므로

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 6 = 1 : 2$$