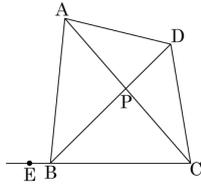


확인학습문제

1. 다음 보기 중에서 □ABCD 가 원에 내접할 조건으로 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

- ㉠ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$
- ㉡ $\angle ABE = \angle ADC$
- ㉢ $\angle BAC = \angle BDC$
- ㉣ $\angle ABC = \angle ADC$
- ㉤ $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$
- ㉥ $\overline{PA} = \overline{PC}, \overline{PB} = \overline{PD}$

[배점 2, 하중]

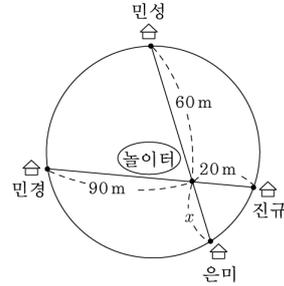
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▶ 정답: ㉠
- ▶ 정답: ㉡
- ▶ 정답: ㉢
- ▶ 정답: ㉤

해설

- ㉢ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
- ㉥ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

2. 다음 그림은 네 명의 학생들의 집과 놀이터의 위치를 나타낸 것이다. 네 명의 집을 모두를 지나는 원 모양의 도로를 만들 수 있다면, 은미네 집에서 놀이터까지의 거리를 구하여라.



[배점 2, 하중]

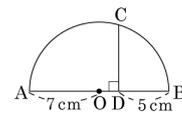
- ▶ 답:
- ▶ 정답: 30m

해설

$$x \times 60 = 90 \times 20$$

$$\therefore x = 30(\text{m})$$

3. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 반원 O 의 지름이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{BD} = 5\text{cm}$, $\overline{OB} = 7\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 정답: $3\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$$\overline{DO} = 7 - 5 = 2(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

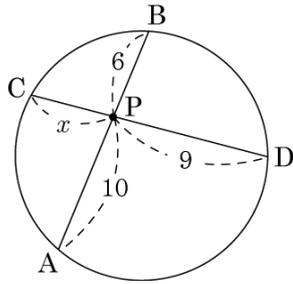
$$\overline{CD} = x\text{cm} \text{ 라 하면 } x^2 = 5 \times 9$$

$$\therefore x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?

[배점 2, 하중]

- ① $\frac{20}{3}$
- ② 7
- ③ $\frac{22}{3}$
- ④ $\frac{23}{3}$
- ⑤ 8

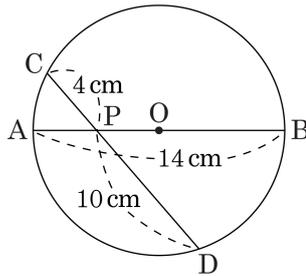


해설

$$6 \times 10 = x \times 9$$

$$\therefore x = \frac{20}{3}$$

5. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB와 현 CD의 교점을 P라 할 때, \overline{OP} 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 2.5cm
- ② 3cm
- ③ 3.5cm
- ④ 4cm
- ⑤ 4.5cm

해설

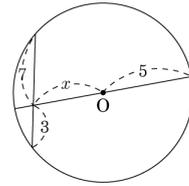
$$\overline{OP} = x \text{라고 하면}$$

$$\overline{AP} = 7 - x, \overline{PB} = 7 + x$$

$$\therefore 4 \times 10 = (7 - x)(7 + x)$$

$$40 = 49 - x^2, x^2 = 9, x = 3 \text{ (cm)} (\because x > 0)$$

6. 다음 원 O에서 x 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 2
- ② 2.5
- ③ 3
- ④ 3.5
- ⑤ 4

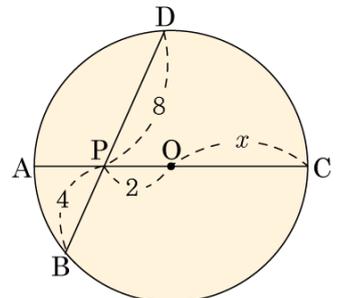
해설

$$7 \times 3 = (5 - x)(5 + x)$$

$$21 = 25 - x^2, x^2 = 4$$

$$x = 2 (\because x > 0)$$

7. 다음 그림에서 \overline{AC} 는 원 O의 지름이고 $\overline{BP} = 4$, $\overline{DP} = 8$, $\overline{OP} = 2$ 일 때, 반지름 x 의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$$\overline{PA} \cdot \overline{PC} = \overline{PB} \cdot \overline{PD} \text{ 이므로}$$

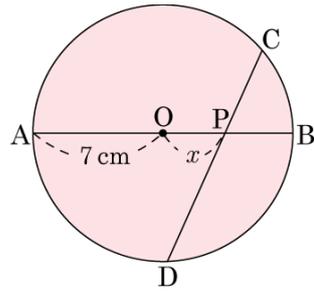
$$(x - 2)(x + 2) = 8 \times 4$$

$$x^2 - 4 = 32$$

$$x^2 = 36$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

8. 다음 그림에서 $\overline{OA} = 7\text{cm}$, $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = 45$ 일 때, \overline{OP} 의 길이는?



[배점 3, 하상]

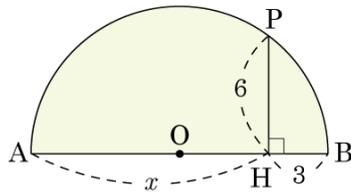
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
 ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$$\overline{PB} = 7 - x, \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{ 이므로}$$

$$(7 + x)(7 - x) = 45 \quad \therefore x = 2$$

9. 다음의 그림에서 x 의 값을 구하면?



[배점 3, 하상]

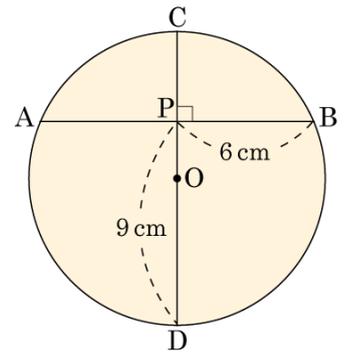
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$$\overline{AH} \cdot \overline{BH} = \overline{PH}^2 \text{ 이므로 } 3x = 36$$

$$\therefore x = 12$$

10. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB} = 6\text{cm}$, $\overline{PD} = 9\text{cm}$, $\angle DPB = 90^\circ$ 일 때, \overline{PC} 의 길이는?



[배점 3, 하상]

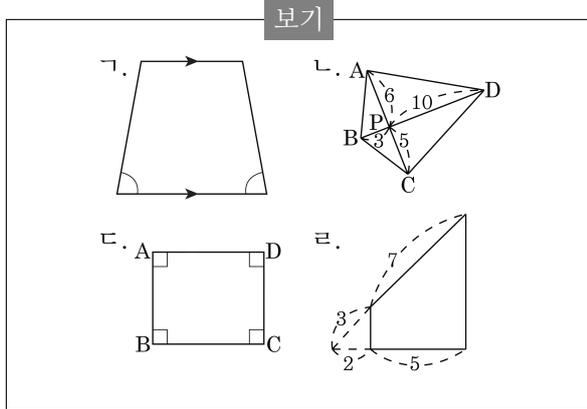
- ① 2 cm ② 4 cm ③ 6 cm
 ④ 8 cm ⑤ 10 cm

해설

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \text{ 이므로 } 6 \cdot 6 = \overline{PC} \cdot 9$$

$$\therefore \overline{PC} = 4\text{ cm}$$

11. 다음 보기 중 □ABCD 가 원에 내접하는 것은 모두 몇 개인지 구하시오.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

㉠ 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180° 이다.

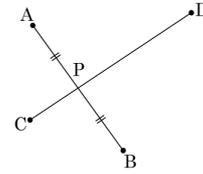
㉡ $6 \times 5 = 3 \times 10$

㉢ 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이므로 대각의 크기의 합이 180° 이다.

㉣ $3 \times (3 + 7) \neq 2 \times (2 + 5)$

따라서 원에 내접하는 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{CD} = 15\text{cm}$ 이고 점 P 는 \overline{AB} 의 중점이다. 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있기 위한 \overline{DP} 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{CP} < \overline{DP}$ 이다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12cm

해설

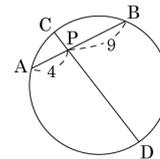
$\overline{DP} = x$ 라 하면 $\overline{CP} = 15 - x$

$x(15 - x) = 6 \times 6$

$x = 3$ 또는 $x = 12$

$\overline{CP} < \overline{DP}$ 이므로 $\overline{DP} = 12(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림에서 \overline{AB} 와 \overline{CD} 의 교점 P 에 대하여 $\overline{CP} : \overline{DP} = 1 : 4$ 일 때, \overline{CP} 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\overline{CP} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{CP} : \overline{DP} = 1 : 4$ 이므로 $\overline{DP} = 4x(\text{cm})$ 이다.

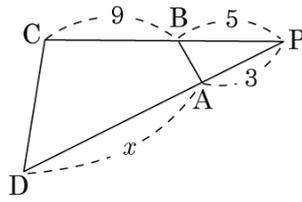
$\overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$x \times 4x = 4 \times 9$ 이다.

$\therefore 4x^2 = 36$

$\therefore \overline{CP} = 3$

14. 다음에서 □ABCD 가 원에 내접한다고 할 때, \overline{AD} 의 길이는?



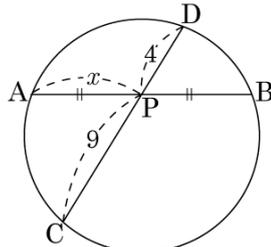
[배점 3, 중하]

- ① $\frac{61}{2}$ ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{64}{3}$ ④ $\frac{65}{3}$ ⑤ $\frac{65}{2}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$
 $3 \times (3 + x) = 5 \times 14, 9 + 3x = 70$
 $3x = 61$
 $\therefore x = \frac{61}{3}$

15. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

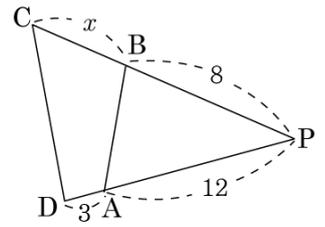
▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\overline{PA} = \overline{PB} = x$
 $x \times x = 4 \times 9, x^2 = 36$
 $\therefore x = 6(x > 0)$

16. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접하도록 하는 x 의 값을 구하면?



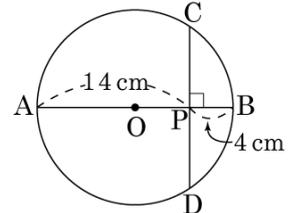
[배점 3, 중하]

- ① 14.5 ② 15 ③ 15.5
 ④ 16 ⑤ 16.5

해설

$12 \times 15 = 8(8 + x), 180 = 64 + 8x$
 $8x = 116$
 $\therefore x = 14.5$

17. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AP} = 14\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

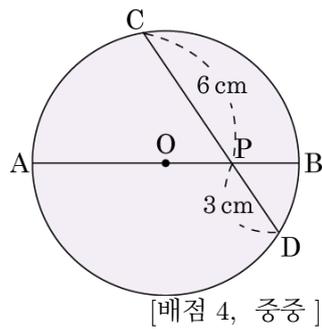
▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{14}\text{cm}$

해설

\overline{AB} 가 지름이고 \overline{CD} 가 현이므로
 $\overline{CP} = \overline{DP}, \overline{CP}^2 = 14 \times 4$
 $\overline{CP}^2 = 56, \overline{CP} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 4\sqrt{14}(\text{cm})$

18. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O 의 지름이고 점 P 가 \overline{OB} 를 이등분할 때, 원 O 의 둘레의 길이는?

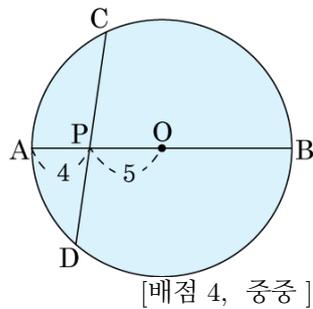


- ① $\sqrt{6}\pi$ ② $2\sqrt{6}\pi$ ③ $3\sqrt{6}\pi$
 ④ $4\sqrt{6}\pi$ ⑤ $5\sqrt{6}\pi$

해설

원의 반지름을 $2r$ 라 하면
 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$,
 $3r \times r = 6 \times 3 \quad \therefore r = \sqrt{6} \text{ (cm)}$
 따라서 원 O 의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}\pi \text{ (cm)}$ 이다.

19. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AP} = 4$, $\overline{OP} = 5$ 이다. $\overline{CP} : \overline{DP} = 8 : 7$ 일 때, \overline{DP} 의 길이는?

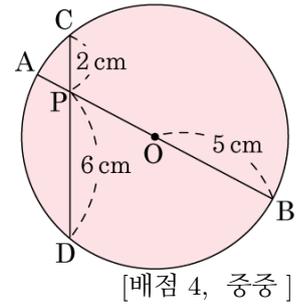


- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

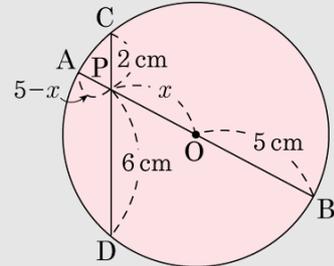
$\overline{CP} : \overline{DP} = 8 : 7$ 이므로
 $\overline{CP} = 8k$, $\overline{DP} = 7k$ 라 하면
 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 에 의하여
 $4 \times (5 + 9) = 8k \times 7k \quad \therefore k = 1$
 따라서 $\overline{DP} = 7$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 와 현 CD 의 교점을 P 라 하고, $\overline{OB} = 5\text{cm}$, $\overline{PC} = 2\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, \overline{PO} 의 길이는?



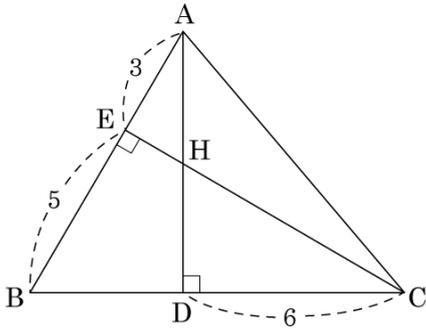
- ① $\sqrt{13}\text{cm}$ ② $\sqrt{15}\text{cm}$ ③ 4cm
 ④ $\sqrt{17}\text{cm}$ ⑤ $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설



$\overline{PO} = x$ 라 하면 $\overline{AP} = 5 - x$
 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로
 $6 \times 2 = (5 + x)(5 - x), x^2 = 13$
 $\therefore \overline{PO} = \sqrt{13} \text{ cm}$

21. 다음 그림의 두 점 A, C 에서 \overline{BC} , \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, \overline{AD} 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 4 ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 5

해설

\overline{AC} 에 대한 대각이 90° 로 서로 같으므로 네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.

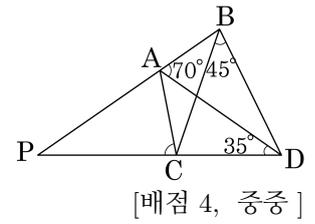
$\overline{BD} = x$ 라 하면

$$x \times (x + 6) = 5 \times 8, x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$(x + 10)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = 4$$

따라서 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 가 성립할 때, $\angle PCA$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

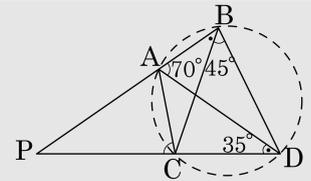
- ① 60° ② 65° ③ 70°
 ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 가

성립하므로

네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

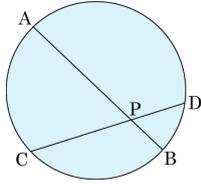


$\angle ABC = \angle ADC = 35^\circ$ 이므로 $\angle ABD = 80^\circ$

내접사각형에서 $\angle ACP = \angle ABD = 80^\circ$

$\therefore \angle PCA = 80^\circ$

23. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이다.
 $\overline{PA} = 4\overline{PB}$, $\overline{PC} = 3\overline{PB}$ 일 때, \overline{PD} 는 \overline{PB} 의 몇 배가 되는가?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{3}{2}$ 배 ② $\frac{3}{4}$ 배 ③ $\frac{2}{3}$ 배
 ④ $\frac{4}{3}$ 배 ⑤ 1 배

해설

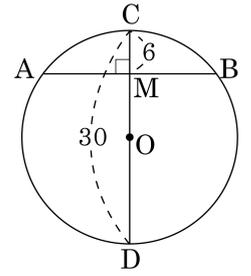
두 현의 비례 관계에 의하여

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \text{ 이므로 } 4\overline{PB} \cdot \overline{PB} = 3\overline{PB} \cdot \overline{PD}$$

$$\text{양변을 } 3\overline{PB} \text{ 로 나누면 } \overline{PD} = \frac{4}{3}\overline{PB}$$

따라서, \overline{PD} 는 \overline{PB} 의 $\frac{4}{3}$ 배이다.

24. 다음 그림과 같은 지름의 길이가 30인 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{CM} = 6$ 이다. 이때 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$\overline{AM} = \overline{BM} = x \text{ 라 하면}$$

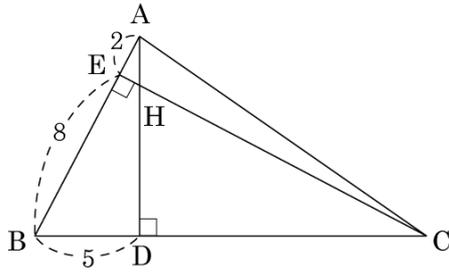
$$\overline{AM} \times \overline{BM} = \overline{CM} \times \overline{DM} \text{ 에서}$$

$$x^2 = 6 \times 24 = 144$$

$$\therefore x = 12 (\because x > 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2x = 24$$

25. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 $\overline{AE} = 2$, $\overline{BE} = 8$, $\overline{BD} = 5$ 일 때, \overline{AC} 의 길이를 구하여라.

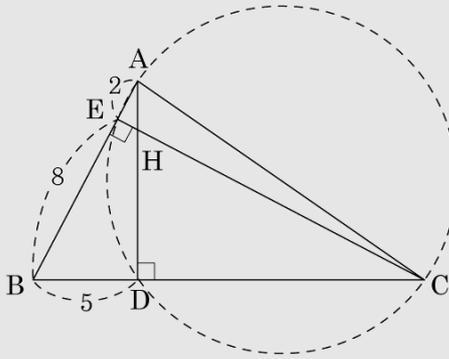


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설



그림처럼 \overline{AC} 에 대한 대각이 90° 로 서로 같으므로 네 점 A, E, D, C 는 \overline{AC} 를 지름으로 하는 한 원 위에 있다.

$$\text{따라서 } 8 \times (8 + 2) = 5 \times (5 + \overline{CD})$$

$$5\overline{CD} = 55 \quad \therefore \overline{CD} = 11$$

$$\triangle EBC \text{ 에서 } \overline{CE} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\triangle AEC \text{ 에서 } \overline{AC} = \sqrt{2^2 + (8\sqrt{3})^2} = 14$$