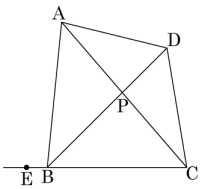
확인학습문제

1. 다음 보기 중에서 □ABCD 가 원에 내접할 조건으로 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

㉠ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

㉡ $\angle ABE = \angle ADC$

㉢ $\angle BAC = \angle BDC$

㉣ $\angle ABC = \angle ADC$

㉤ $\angle BCD + \angle BAD = 180°$

㉥ $\overline{PA} = \overline{PC},\ \overline{PB} = \overline{PD}$

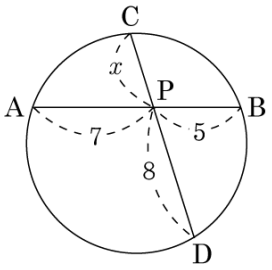
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ $\angle ABC + \angle ADC = 180°$
㉥ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

2. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



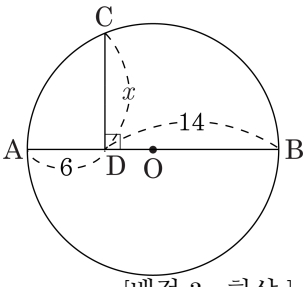
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▷ 정답 : $\frac{35}{8}$

해설

$7 \times 5 = x \times 8$
$\therefore\ x = \frac{35}{8}$

3. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AD} = 6, \overline{DB} = 14$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



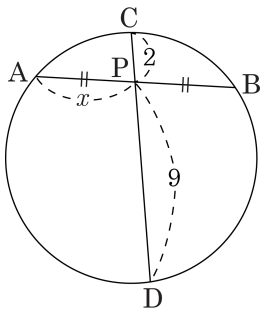
[배점 3, 하상]

① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{15}$
④ $2\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{23}$

해설

$x^2 = 6 \times 14, x^2 = 84 \quad \therefore x = 2\sqrt{21} (\because x > 0)$,

4. 다음 그림에서 x 의 값은?



[배점 3, 하상]

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

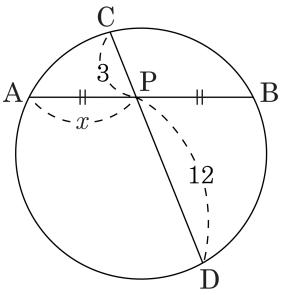
$x \times x = 2 \times 9$

$x^2 = 18$

$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?

[배점 3, 하상]



① 4 ② 4.5

③ 5 ④ 5.5

⑤ 6

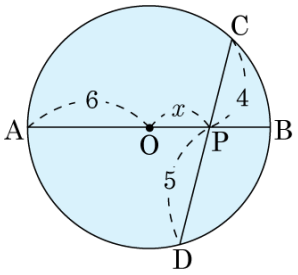
해설

$x \times x = 3 \times 12$

$x^2 = 36$

$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

6. 다음 그림에서 x 의 값은?



[배점 3, 하상]

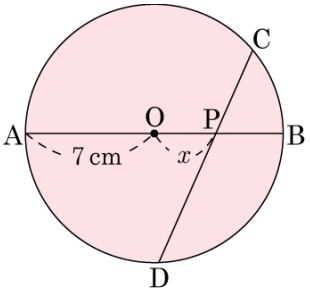
① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$(6+x)(6-x) = 4 \times 5$ $\therefore x = 4$

7. 다음 그림에서 $\overline{OA} = 7\text{cm}$, $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = 45$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

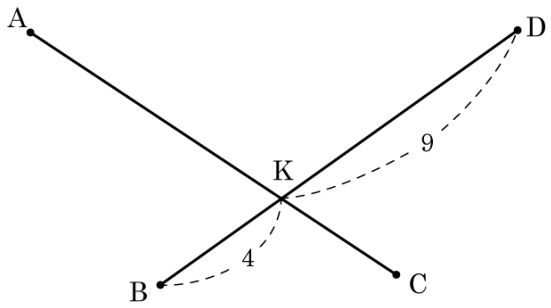
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{PB} = 7 - x$, $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$(7+x)(7-x) = 45$ $\therefore x = 2$

8. 다음 그림과 같이 선분 BD 와 선분 AC 가 점 K 에서 만나고 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있을 때, $\overline{CK}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{CK} < \overline{AK}$, $\overline{AC} = 15$)



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$4 \times 9 = x(15 - x)$

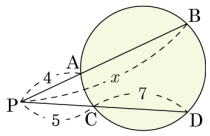
$(x - 12)(x - 3) = 0$

$x = 12$ 또는 $x = 3$

$\overline{CK} < \overline{AK}$ 이므로

$\therefore \overline{CK} = 3$

9. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?



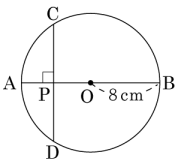
[배점 3, 하상]

① $\frac{48}{5}$ ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $4 \times x = 5 \times (5 + 7)$, $x = 15$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{BO} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 5$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{60}$ cm

해설

$\overline{PB} = x(\text{cm})$ 라 하면 $\overline{AP}$ 는 $(16 - x)\text{cm}$

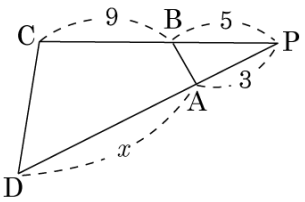
$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 5$ 이므로 $16 - x : x = 3 : 5$ 이다.

$8x = 80$

$\therefore x = 10$ $\overline{PC}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 6 \times 10 = 60$

$\therefore \overline{PC} = \sqrt{60}(\text{cm})$

11. 다음에서 □ABCD 가 원에 내접한다고 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① $\frac{61}{2}$ ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{64}{3}$ ④ $\frac{65}{3}$ ⑤ $\frac{65}{2}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로

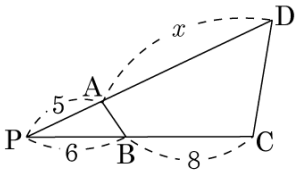
$\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$

$3 \times (3 + x) = 5 \times 14$, $9 + 3x = 70$

$3x = 61$

$\therefore x = \frac{61}{3}$

12. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{59}{5}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로

$\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$

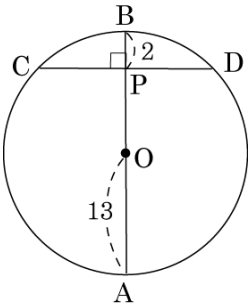
$5 \times (5+x) = 6 \times 14, \quad 25 + 5x = 84$

$5x = 59$

$\therefore\ x = \frac{59}{5}$

13. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?

[배점 3, 중하]



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

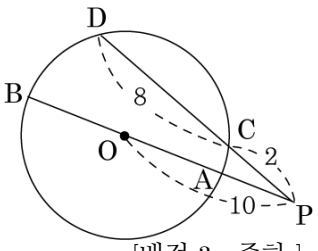
$\overline{PC} = \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PC} = x$ 라 하면

$\overline{PA} = 13 + 11 = 24$

$x \times x = 2 \times 24, \quad x^2 = 48$

$\therefore\ x = 4\sqrt{3} (x > 0)$

14. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 와 현 CD 의 연장선의 교점을 P 라 할 때, 반지름의 길이를 구하면?



[배점 3, 중하]

① $3\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{7}$

④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

반지름의 길이를 r 라 하면

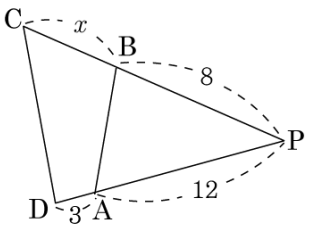
$\overline{PA} = 10 - r, \ \overline{PB} = 10 + r$

$2 \times 10 = (10-r)(10+r), \ 100 - r^2 = 20$

$r^2 = 80$

$\therefore r = 4\sqrt{5}$

15. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접하도록 하는 x 의 값을 구하면?



[배점 3, 중하]

① 14.5 ② 15 ③ 15.5

④ 16 ⑤ 16.5

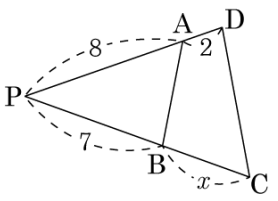
해설

$12 \times 15 = 8(8+x), 180 = 64 + 8x$

$8x = 116$

$\therefore x = 14.5$

16. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접하도록, x 의 값을 정하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{31}{7}$

해설

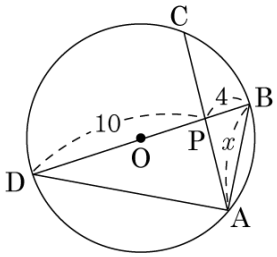
$8 \times 10 = 7(7+x),\ 80 = 49 + 7x$

$7x = 31$

$\therefore x = \frac{31}{7}$

17. 다음 그림을 에서 x 의 값을 구하면?

[배점 3, 중하]



① $\sqrt{14}$ ② $2\sqrt{13}$

③ $2\sqrt{14}$ ④ $3\sqrt{13}$

⑤ $3\sqrt{14}$

해설

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = x,\ \angle APD = 90°$

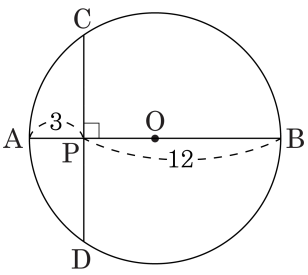
$\overline{AP} \times \overline{PC} = 4 \times 10 = 40,\ \overline{AP} = 2\sqrt{10}$

$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{14} (\because x > 0)$

18. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AP} = 3, \overline{BP} = 12$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

[배점 4, 중중]



① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$

③ 10 ④ $6\sqrt{5}$

⑤ $7\sqrt{6}$

해설

$\overline{CP} = \overline{DP}$ 이므로

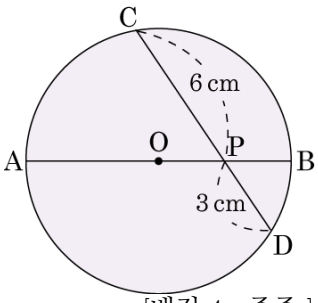
$\overline{CP} \times \overline{DP} = 3 \times 12$

$\overline{CP^2} = 36, \overline{CP} = 6$

△DPB 가 직각삼각형이므로

$\overline{DB} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 점 P 가 $\overline{OB}$ 를 이등분할 때, 원 O 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① $\sqrt{6}\pi$cm ② $2\sqrt{6}\pi$cm ③ $3\sqrt{6}\pi$cm

④ $4\sqrt{6}\pi$cm ⑤ $5\sqrt{6}\pi$cm

해설

원의 반지름을 $2r$ 라 하면

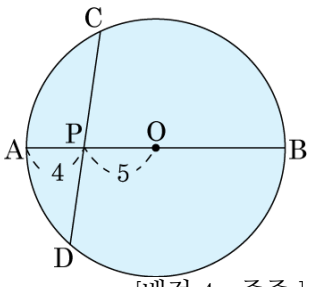
$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$,

$3r \times r = 6 \times 3 \qquad \therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)

따라서 원 O 의 둘레의 길이는

$2\pi \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}\pi$ (cm) 이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AP}=4$, $\overline{OP}=5$ 이다. $\overline{CP}:\overline{DP}=8:7$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



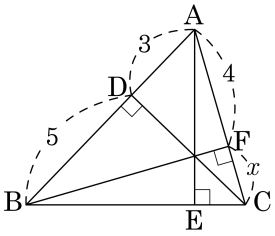
[배점 4, 중중]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\overline{CP}:\overline{DP}=8:7$ 이므로
$\overline{CP}=8k$, $\overline{DP}=7k$ 라 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 에 의하여
$4\times(5+9)=8k\times 7k$ $\therefore\ k=1$
따라서 $\overline{DP}=7$ 이다.

21. 다음 그림에서 네 점 B, C, D, F 는 한 원 위에 있을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



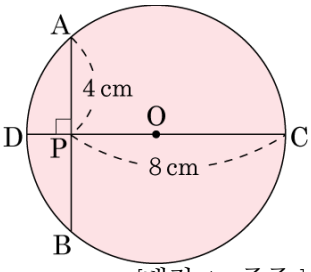
[배점 4, 중중]

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$\overline{AF}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{AB}=$ 이므로
$4(4+x)=3\cdot 8$
$\therefore\ x=2$
$\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$
$\triangle BFC$ 에서 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=2\sqrt{13}$

22. 다음 그림에서 $\overline{PA}=\overline{PB}=4\text{cm}$, $\overline{PC}=8\text{cm}$, $\angle DPB=90^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이는?



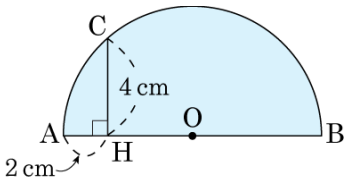
[배점 4, 중중]

① 9π cm ② 10π cm ③ 12π cm
④ 15π cm ⑤ 18π cm

해설

반지름의 길이를 x 라 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 이므로
$4\times 4=(2x-8)\times 8,\quad x=5(\text{cm})$
따라서 원의 둘레의 길이는
$2\pi\times 5=10\pi$ cm 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{AB}\perp\overline{CH}$ 이다. $\overline{AH}=2\text{cm}$, $\overline{CH}=4\text{cm}$ 일 때, 반원의 넓이는?



[배점 4, 중중]

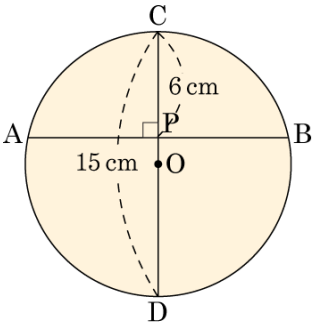
① $97\pi\text{cm}^2$ ② πcm^2 ③ $\frac{15}{2}\pi\text{cm}^2$

④ $9\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{CH}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하면
$\overline{AH}\cdot\overline{BH}=\overline{CH}\cdot\overline{DH}$ 이므로
$2\times\overline{BH}=4\times4(\because\overline{CH}=\overline{DH})$
$\therefore\overline{BH}=8$
따라서 반지름 $\overline{BO}$ 의 길이는 5cm 이다.
반원의 넓이는 $5\times5\times\pi\times\frac{1}{2}=\frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 15cm 인 원 O 에서 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$, $\overline{AP}=6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

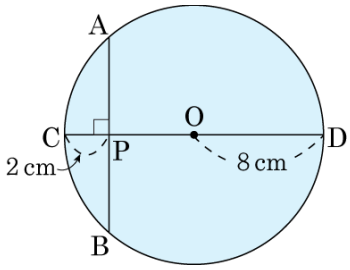
① $3\sqrt{6}\text{cm}$ ② $5\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{6}\text{cm}$

④ $8\sqrt{6}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{10}\text{cm}$

해설

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로
$\overline{AP}=x\text{cm}$ 라면, $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$ 이므로
$6\times9=x\times x$
$\therefore x=3\sqrt{6}\text{cm}$
따라서 $\overline{AB}=6\sqrt{6}\text{cm}$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원의 O 의 지름이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{CP} = 2\text{cm}$, $\overline{OD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 5cm ② $2\sqrt{7}$cm ③ $4\sqrt{2}$cm

④ 6cm ⑤ $4\sqrt{3}$cm

해설

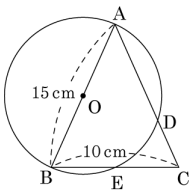
$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$\overline{AP}$ 를 x 라 하면

$x^2 = 2 \times (6+8)$

$\therefore x = 2\sqrt{7}$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 15\text{cm}$,$\overline{BC} = 10\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 를 그렸다. $\overline{AC}$ 와 원 O 위 교점을 D 라 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AD} > \overline{CD}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

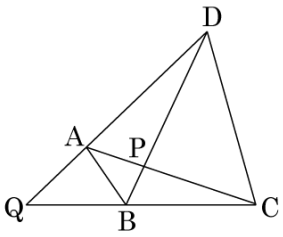
해설

$\overline{AE}$ 를 이으면 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$ 이다.

$\overline{CD} = x$ 라 하면 $\overline{CD} \times \overline{CA} = \overline{CE} \times \overline{CB}$ 이므로

$x \times 15 = 5 \times 10$, $x = \frac{10}{3}$ 이다.

27. 다음 중 □ABCD가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉣ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

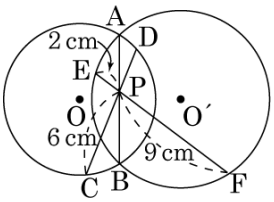
해설

㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

㉡ $\angle ACD = \angle ABD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90°$

28. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O′의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 2\,\text{cm}$, $\overline{PF} = 9\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

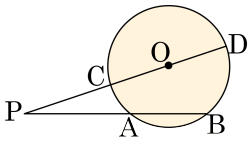
원 O에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

원 O′에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$\therefore\ \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$6 \times \overline{PD} = 2 \times 9 \qquad \therefore\ \overline{PD} = 3\ (\text{cm})$

29. 다음 그림과 같이 원 O의 외부의 점 P에서 두 직선을 그어 원 O와의 교점을 A, B, C, D라 하고, 현 CD는 원의 중심을 지난다. 이 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 7\,\text{cm}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 cm

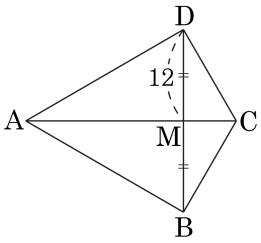
해설

반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$

에서 $6(6 + 2r) = 7(7 + 5)$

$\therefore\ r = 4\ (\text{cm})$

30. 다음 그림에서 □ABCD는 원에 내접하고 $\overline{DM} = \overline{BM}$, $\overline{AM} : \overline{CM} = 3 : 1$, $\overline{DM} = 12$일 때, □ABCD의 외접원의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$이므로

$\overline{AC}$는 지름이고

$\overline{AM} : \overline{CM} = 3 : 1$ 이므로

$\overline{AM} = 3k, \overline{CM} = k$ 라 하면

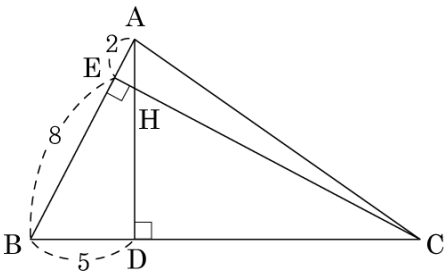
$12 \times 12 = 3k \times k,\ 144 = 3k^2$

$k^2 = 48, k = 4\sqrt{3} (\because k > 0)$,

$\overline{AM} = 12\sqrt{3}, \overline{CM} = 4\sqrt{3}$

$\therefore$ (반지름의 길이)$= \dfrac{\overline{AC}}{2} = \dfrac{\overline{AM} + \overline{CM}}{2} = \dfrac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

31. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 $\overline{AE} = 2$, $\overline{BE} = 8$, $\overline{BD} = 5$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

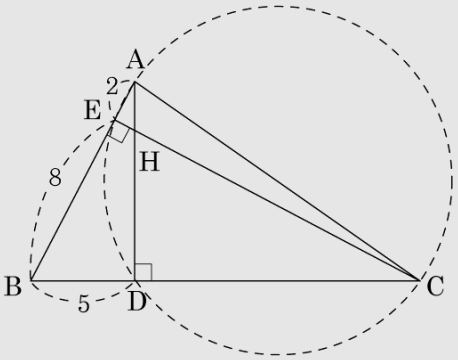


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설



그림처럼 $\overline{AC}$ 에 대한 대각이 $90°$ 로 서로 같음으로 네 점 A, E, D, C 는 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 한 원 위에 있다.

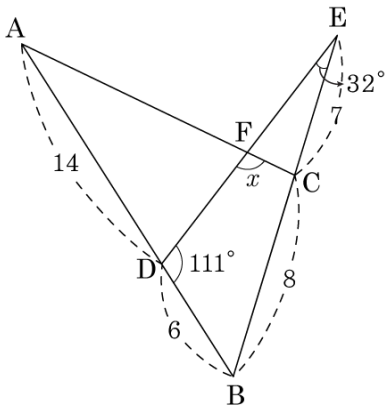
따라서 $8 \times (8+2) = 5 \times (5 + \overline{CD})$

$5\overline{CD} = 55 \quad \therefore\ \overline{CD} = 11$

$\triangle EBC$ 에서 $\overline{CE} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$

$\triangle AEC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{2^2 + (8\sqrt{3})^2} = 14$

32. 다음 그림에서 x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $101°$

해설

$\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

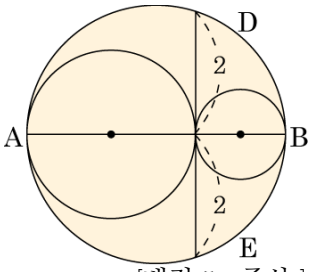
점 A, C, D, E 는 한 원 위의 점이다.

$\angle FEC = \angle FAD = 32°$

$\angle ADF = 180° - 111° = 69°$

$\therefore x = 69° + 32° = 101°$

33. 서로 외접하는 두 원이 큰 원에 그림과 같이 내접하고 있다. 세 원의 중심이 같은 직선 위에 있을 때, 작은 두 원의 넓이의 곱을 구하면?



[배점 5, 중상]

① π ② 2π ③ π^2

④ $2\pi^2$ ⑤ $4\pi^2$

해설

작은 두 원의 반지름의 길이를 각각 x, y 라 하면

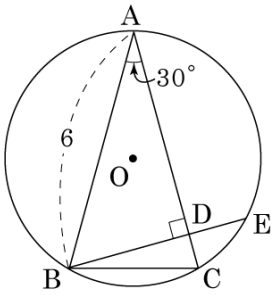
$2x \times 2y = 2 \times 2$

$\therefore xy = 1$

따라서 구하는 넓이는

$x^2\pi \times y^2\pi = (xy)^2\pi^2 = \pi^2$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$, $\angle BAC = 30°$ 인 $\triangle ABC$ 의 외접원 O가 있다. 점 B에서 변 AC 에 수선을 그어 원 O와의 교점을 E라 할 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{3} - 9$

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 3$, $\overline{AD} = 3\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ 이므로 $\overline{DC} = 6 - 3\sqrt{3}$

$\overline{AD} \times \overline{DC} = \overline{BD} \times \overline{DE}$ 이므로

$3\sqrt{3}(6 - 3\sqrt{3}) = 3\overline{DE}$

$\therefore \overline{DE} = 6\sqrt{3} - 9$

35. 길이가 13 인 선분 AB 와 길이가 12 인 선분 CD 가 선분 CD 의 중점 M 에서 만나고, 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, 선분 AM 과 BM 의 길이의 차를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\overline{MA}\cdot\overline{MB} = \overline{MC}\cdot\overline{MD}$

$\overline{MA}\cdot(13-\overline{MA}) = 36$

$\overline{MA}^2 - 13\overline{MA} + 36 = 0$

$\therefore \overline{MA} = 4$ 또는 $\overline{MA} = 9$

따라서 두 선분의 길이의 차는 5