

확인학습문제

1. 이차함수 $y = -(x+1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$ 이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 3 이다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

해설

- ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 $x = 0$ 일 때, y 의 값이므로
 $y = -(x+1)^2 + 3$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = -(0+1)^2 + 3 = 2$
 따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 2

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.
- ④ 포물선과 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \frac{5}{2})$ 이다.
- ⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

해설

- ⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 되도록 하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동
- ② x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동
- ③ y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동
- ④ x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동
- ⑤ y 축의 방향으로 3 만큼, x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 꼭짓점의 x 좌표는 p 이고 y 좌표는 0 이므로 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 된다.

4. 이차함수 $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하면, 점 $(9, k)$ 를 지날 때, k 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = \frac{3}{5}(x-4)^2$ 이고, x 의 값이 9 이므로 대입하면 $y = 15$ 이다. 따라서 $k = 15$ 이다.

5. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(m, 4)$ 을 지난다고 한다. m 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: -3

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = 4(x+2)^2$ 이고, 점 $(m, 4)$ 를 지나므로
 $4 = 4(m+2)^2$
 $\therefore m = -1$ 또는 $m = -3$

6. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프에서 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써 넣어라.

$$a + p - q \square 0$$

[배점 3, 하상]

해설

이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼭짓점은 $(-p, q)$ 이다.
 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 또한, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제3 사분면에 있으므로 $-p < 0, p > 0, q < 0$ 이다.
 따라서 $a + p - q > 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. [배점 3, 하상]

① $(0, 0)$

② $(0, -2)$

③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$

⑤ $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = -3$ 을 축으로 하는 것은? [배점 3, 하상]

① $y = x^2 - 3$

② $y = (x-3)^2 + 1$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 1$

⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$
 각각에서 축의 방정식을 구해 보면
 ① $x = 0$ ② $x = 3$ ③ $x = 0$
 ④ $x = -3$ ⑤ $x = 0$

9. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 4$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = m$, 이차함수 $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = n$ 라 할 때, $m-n$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -8 ⑤ 0

해설

$y = (x+3)^2 - 4$ 의 축의 방정식은 $x = -3$,
 $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 축의 방정식은 $x = 5$ 이다.
따라서 $m-n = -8$ 이다.

10. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 맞게 설명한 것은?

보기

- ㉠ $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$
㉡ $y = -2(x+3)^2 - 1$
㉢ $y = \frac{1}{4}x^2$
㉤ $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$
㉥ $y = x^2 + 3$

[배점 3, 하상]

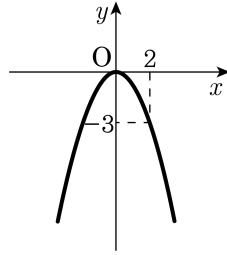
- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉤이다.
② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.
③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉤이다.
④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.
⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

해설

- ① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉤의 폭이 가장 넓다.
⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉤이 그러하다.

11. 다음 그림의 포물선의 식은?

[배점 3, 중하]



- ① $y = -\frac{2}{3}x^2$
- ② $y = \frac{3}{2}x^2$
- ③ $y = -\frac{3}{4}x^2$
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$
- ⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

꼭짓점이 원점이고, (2, -3) 을 지나며 위로 볼록한 포물선은 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 다.

12. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

13. $y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 (5, 3)을 지나는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3 - p)^2 + 3$ 이 되고, 점 (5, 3)을 지나므로

$$3 = 2(5 - 3 - p)^2 + 3$$

$$\therefore p = 2$$

14. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

15. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 점 $(8, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값은? [배점 3, 중하]

- ㉠ 10 ㉡ 11 ㉢ 12 ㉣ 13 ㉤ 14

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = \frac{4}{3}(x-5)^2$ 이고, x 의 값이 8 이므로 대입하면 $y = 12$ 이다. 따라서 $k = 12$ 이다.

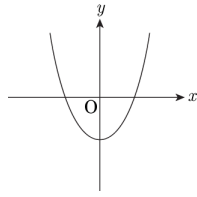
16. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ㉠ 점 $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 $x = 1$ 이다.
- ㉢ 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
- ㉣ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 아래로 볼록한 그래프이므로 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a 와 q 의 부호를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 0$

▷ 정답 : $q < 0$

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고, 꼭짓점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $q < 0$ 이다.

18. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = -x^2$

㉡ $y = 4x^2$

㉢ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉣ $y = -4x^2$

㉤ $y = \frac{3}{2}x^2$

㉥ $y = -2x^2$

㉦ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉧ $y = \frac{2}{3}x^2$

[배점 4, 중중]

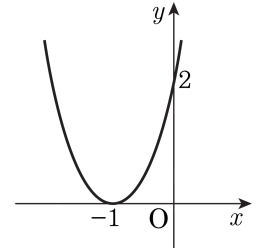
▶ 답 :

▷ 정답 : 2쌍

해설

㉡와 ㉣, ㉢와 ㉤

19. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, $a + p$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
 $2 = a(0 + 1)^2$, $a = 2$
 $y = 2(x + 1)^2$
 $a = 2$, $p = -1$
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

20. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 만큼, y 축으로 -5 만큼 평행이동한 그래프는 점 $(-3, a)$ 를 지난다고 할 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$y = 3(x + 1)^2 - 5$ 가 점 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = 3(-3 + 1)^2 - 5 = 7$ 이다.

21. 이차함수 $y = (x - 3)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축의 음의 방향으로 4 만큼, y 축의 양의 방향으로 8 만큼 평행이동한 포물선의 식은? [배점 4, 중중]

- ① $y = (x + 4)^2$ ② $y = x^2 + 8$
 ③ $y = (x + 1)^2 - 2$ ④ $y = (x + 1)^2 + 2$
 ⑤ $y = (x - 1)^2 + 2$

해설

$$y = (x - 3 + 4)^2 - 6 + 8$$

$$y = (x + 1)^2 + 2$$

22. 다음 보기의 조건을 만족하는 이차함수식은 $y = \frac{1}{a}(x + b)^2 + c$ 의 꼴이다. 이 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

보기

- ㄱ. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
 ㄴ. 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
 ㄷ. 아래로 볼록하다.
 ㄹ. y 절편이 양수이다.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{4}$ 이고 아래로 볼록하므로 $a = 4$ 이다.

꼭짓점이 $(-1, 1)$ 이므로 $b = 1, c = 1$ 이다.
 따라서 $a + b + c = 6$ 이다.

23. 이차방정식 $y = -2(x - 1)^2 + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 ㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
 ㉢ 모든 사분면을 지난다.
 ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ㉤ $\{x|x > 1\}$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

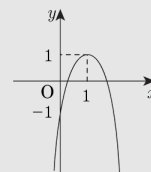
▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

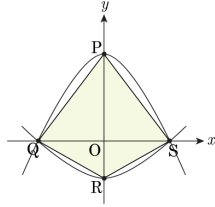
해설

그래프를 그려 보면 다음과 같다.



㉠ $x = 1$ 을 축으로 한다. ㉡ 제2 사분면을 지나지 않는다.

24. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 $P(0, 4)$ 이고, 점 $R(0, -1)$ 이다.
 ㉡ 점 $Q(2, 0)$ 이고, 점 $S(-2, 0)$ 이다.
 ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
 ㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
 ㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$
 함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$
 $y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2, 0)$, $S(2, 0)$ 이다.
 $\overline{QS} = 8$
 또, $P(0, 4)$ 이고 $R(0, -1)$
 $\triangle PRS = \triangle QPR = 5$
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

25. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$$y = ax^2 + 6x + q$$

[배점 5, 중상]

- ① -45 ② -54 ③ -66
 ④ -76 ⑤ -80

해설

$$y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 = \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5$$

따라서 $a = \frac{1}{3}$, $-\frac{2}{3}p = 6$, $p = -9$, $q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.