

확인학습문제

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{8}{3} \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4$$

2. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$8 = B$$

$$-A = 5 \text{ 이므로 } A = -5 \text{ 이다.}$$

3. 두 근이 $\frac{1}{2}, -1$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2 \left(x - \frac{1}{2} \right) (x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

4. 이차방정식 $5x^2 - 10x + 6 = 0$ 에서 두 근의 합이 a 일 때, $2a^2 - a - ab = 0$ 을 만족하는 상수 b 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\text{두 근의 합 } a = 2$$

$$2a^2 - a - ab = 2(2^2) - 2 - 2b = 0$$

$$8 - 2 = 2b$$

$$\therefore b = 3$$

5. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 12 \text{에서}$$

$$4a + 4 = 12, 4a = 8, a = 2$$

$$m = -2 \times 2 - 2 = -6$$

$$n = 4 + 4 = 8$$

$$\therefore n - m = 8 + 6 = 14$$

6. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 3, -2 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은? (단, a, b 는 상수) [배점 3, 하상]

① $-\frac{1}{2}$

② -1

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서
두 근의 합은 $-\frac{a}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{3b}{2}$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, b = -4$$

이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

두 근의 곱은 $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

[배점 3, 하상]

① 8

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합은 } -a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{두 근의 곱은 } b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$$

8. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.) [배점 3, 중하]

- ① $3x^2 + 13x + 14 = 0$
 ② $3x^2 + 14x + 15 = 0$
 ③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$
 ④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$
 ⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = -\frac{5}{3}, \alpha\beta = -3$
 $x = -3$ 또는 $x = -\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은
 $(x+3)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$
 $x^2 + \frac{14}{3}x + 5 = 0$
 x^2 의 계수가 3 이므로 $3\left(x^2 + \frac{14}{3}x + 5\right) = 0$
 따라서 $3x^2 + 14x + 15 = 0$ 이다.

9. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-x^2 + 2x + 8 = 0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.
 $x = 2$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근이므로
 $2^2 - 2 \times 2 + a = 0$
 $\therefore a = 0$

10. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은? [배점 3, 중하]

- ① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$
 $(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$
 $-3x^2 - 6x + 1 = 0$
 따라서 두 근의 합은 $-\frac{-6}{-3} = -2$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m - n)^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -6 ② 0 ③ 3 ④ 18 ⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터
 $m + n = -3, mn = -3$
 $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$

12. 이차방정식 $2x^2 - x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) \times (\alpha\beta)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 에서 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \alpha\beta = 2$ 이다.
 $\therefore (\alpha + \beta) \times (\alpha\beta) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 + px + q = 0$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$ 에서 두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -3 이다.
 $(x - 2)(x + 3) = 0$
 $x^2 + x - 6 = 0, p = 1, q = -6$
 $p + q = 1 - 6 = -5$

14. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ 이라 하면,
 $(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 = 25$
 $2\alpha - 24 = 2(\alpha - 12) = 0$
 $\therefore \alpha = 12$
 $\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$
 $p = -(24 + 1) = -25$
 $\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = q$
 $q = 144 + 12 = 156$
 $\therefore p + q = 131$

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① ± 1 ② ± 2 ③ -2
 ④ -1 ⑤ $-\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = 8, \alpha\beta = 4$
 $(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}})^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$
 $\therefore \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$