

# 확인학습문제

1. 이차방정식  $2x^2 - (a-1)x + b = 0$  의 두 근의 합이 7, 곱이 8 일 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$\alpha + \beta = \frac{a-1}{2} = 7, \alpha\beta = \frac{b}{2} = 8$$

따라서  $a = 15, b = 16$  이므로  $a+b = 31$

2. 이차방정식  $x^2 - 4x + 2 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = 12$       ㉡  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$   
 ㉢  $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$       ㉣  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 12$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$$

㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \times 2 = 12$   
 ㉡  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$   
 ㉢  $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$   
 ㉣  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{12}{2} = 6$

3. 이차방정식  $3x^2 - 6x + 8 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$  의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{8}{3} \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4$$

4. 이차방정식  $x^2 - 8x - A = 0$  의 두 근의 합이  $B$  이고, 곱이 5 일 때,  $A, B$  의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $A = -5$

▷ 정답 :  $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여  
 $8 = B$   
 $-A = 5$  이므로  $A = -5$  이다.

5. 두 근이 연속하는 짝수인 다음 이차방정식에서 모든  $k$ 의 값의 합은?

$$x^2 - kx + 24 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

해설

두 근을  $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha + \alpha + 2 = k$$

$$k = 2\alpha + 2$$

$$\alpha(\alpha + 2) = 24$$

$$\alpha^2 + 2\alpha - 24 = 0$$

$$(\alpha + 6)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -6 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

따라서  $k = -10$  또는  $k = 10$ 이다.

$$\therefore (-10) + 10 = 0$$

6. 이차방정식  $x^2 + (m + 1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근보다 1 클 때, 이것을 만족하는  $m$ 의 값들의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ -1    ⑤ -2

해설

한 근을  $a$ , 다른 한 근은  $a + 1$ 이라 하면  
근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합 } a + (a + 1) = -(m + 1) \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{두 근의 곱 } a(a + 1) = 20 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{를 풀면 } a = 4, -5$$

$a = 4, -5$ 를 각각  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a = 4 \text{ 일 때, } m = -10$$

$$a = -5 \text{ 일 때, } m = 8$$

$$\therefore (-10) + 8 = -2$$

7. 이차방정식  $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은  $x^2 + ax + b = 0$ 이다.  $b - a$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서  
두 근의 합은

$$(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$$

두 근의 곱은

$$\begin{aligned} (\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \\ &= 7 - 5 + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$a = -3, b = 3$$

$$\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$$

8. 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3 일 때  $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ①  $1 \pm \sqrt{46}$     ②  $4 \pm \sqrt{46}$     ③  $6 \pm \sqrt{46}$   
④  $6 \pm 2\sqrt{13}$     ⑤  $6 \pm 2\sqrt{26}$

해설

$$\text{두 근의 합 } -\frac{a}{2} = 5, a = -10$$

$$\text{두 근의 곱 } \frac{b}{2} = 6, b = 12$$

$$x^2 - 12x - 10 = 0$$

$$x = 6 \pm \sqrt{46}$$

9. 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $3 + \sqrt{5}$  일 때,  $ab$  의 값으로 옳은 것은? ( $a, b$  는 유리수)  
[배점 3, 하상]

- ① 24      ② -24      ③ 12  
④ -12      ⑤ 10

해설

$a, b$  가 모두 유리수이므로  $3 + \sqrt{5}$  가 근이면  $3 - \sqrt{5}$  도 근이다.  
근과 계수와의 관계에서  
두 근의 합은  $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$   
두 근의 곱은  $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$   
 $\therefore ab = 24$

10. 이차방정식  $x^2 - 2x + a = 0$  의 한 근이  $1 - \sqrt{3}$  일 때, 유리수  $a$  의 값은?  
[배점 3, 하상]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

한 근이  $1 - \sqrt{3}$  이므로 다른 한 근은  $1 + \sqrt{3}$   
두 근의 곱은  $a$  이므로  
 $a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

11. 이차방정식  $x^2 - 3x + 4 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$  의 값은?  
[배점 3, 중하]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이므로 근과 계수와의 관계에서  
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$   
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

12. 이차방정식  $3x^2 + bx + c = 0$  의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때,  $bx^2 + cx + 1 = 0$  의 두 근의 합은?  
[배점 3, 중하]

- ① -9      ② -2      ③  $-\frac{1}{2}$   
④  $-\frac{1}{3}$       ⑤ 2

해설

$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$   
 $(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$   
 $-3x^2 - 6x + 1 = 0$   
따라서 두 근의 합은  $-\frac{-6}{-3} = -2$  이다.

13.  $2x^2 + 3x - 4 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

14.  $x^2 - 2x - 2 = 0$  의 두 근의 곱이 방정식  $x^2 - x + k = 0$  의 근일 때, 상수  $k$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $-6$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$  의 (두 근의 곱)  $= -2$   
 $x^2 - x + k = 0$  에  $x = -2$  를 대입하면  $k = -6$  이다.

15. 한 근이  $5 - 2\sqrt{3}$  인 이차방정식을  $4x^2 + bx + c = 0$  의 꼴로 나타낼 때,  $c - b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 92

해설

다른 한 근이  $5 + 2\sqrt{3}$  이므로  
 (두 근의 합)  $= 10$ , (두 근의 곱)  $= 13$   
 따라서  $4(x^2 - 10x + 13) = 0$  이므로  
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$  이다.  
 따라서  $b = -40, c = 52, c - b = 92$

16. 이차방정식  $x^2 + 2x - 1 = 0$  의 두근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $-12$

해설

근과 계수의 관계로부터  $\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1, \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$   
 $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$   
 $= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta)$   
 $= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta)$   
 $= 6 \times (-2) = -12$

17. 이차방정식  $(x+2)^2 = 2a$  의 한 근이  $-2+\sqrt{2}$  일 때, 유리수  $a$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

한 근이  $-2+\sqrt{2}$  이므로 다른 한 근은  $-2-\sqrt{2}$   
 $(x+2)^2 = 2a, x^2 + 4x + (4-2a) = 0$   
 두 근의 곱은  $4-2a = (-2+\sqrt{2}) \times (-2-\sqrt{2}) = 2$   
 $\therefore a = 1$

18. 이차방정식의 한 근이  $1-\sqrt{3}$  이고  $x^2$  의 계수가 2 인 이차방정식을  $2x^2 + px + q = 0$  이라고 할 때,  $p+q$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 0                      ② 8                      ③ -8  
 ④ 10                      ⑤ -10

해설

이차방정식의 한 근이  $1-\sqrt{3}$  이면, 다른 한 근은  $1+\sqrt{3}$  이므로  
 두 근의 합은  $-\frac{p}{2} = 2, p = -4$   
 두 근의 곱은  $\frac{q}{2} = -2, q = -4$   
 $\therefore p+q = (-4) + (-4) = -8$

19. 이차방정식  $x^2 - \frac{m}{2}x + 4 = 0$  이 중근을 가질 때, 이차방정식  $mx^2 + 2x - (m+4) = 0$  의 두 근의 곱은? (단,  $k$  는 0 보다 큰 상수) [배점 4, 중중]

- ①  $-\frac{3}{2}$                       ②  $-\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

해설

$\left(\frac{-m}{2}\right)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0, \frac{m^2}{4} = 16, m = \pm 8$   
 $m > 0$  이므로  
 $\therefore m = 8$   
 $\therefore$  두 근의 곱은  $\frac{-(m+4)}{m} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$

20. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 해가  $x = -2$  또는  $x = 5$  일 때,  $a+b$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2                      ② 5                      ③ -13  
 ④ -17                      ⑤ 20

해설

두 근의 합  $-a = -2 + 5 \therefore a = -3$   
 두 근의 곱  $b = (-2) \times 5 = -10$   
 $\therefore a+b = -3 - 10 = -13$

21. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ①  $2 + 2\sqrt{2}$     ② 4    ③  $4\sqrt{2}$   
 ④ -6    ⑤  $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해  $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$   
 $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$

22. 이차방정식  $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$  이 중근을 가질 때의  $k$  의 값이 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근일 때,  $a + b$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -3    ② 3    ③ 2    ④ 1    ⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$  이 중근을 가지려면  $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$   
 $k^2 + 2k - 3 = 0$   
 $(k-1)(k+3) = 0$   
 $\therefore k = -3$  또는  $k = 1$   
 $-3, 1$  이  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이므로  
 $-a = -3 + 1 = -2, a = 2$   
 $b = -3 \times 1 = -3, b = -3$   
 $\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$

23. 이차방정식  $x^2 + x - 5 = 0$  의 두 근의 합과 곱이  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근일 때,  $m + n$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-1$ , 두 근의 곱은  $-5$   
 따라서  $-1, -5$  가  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다.  
 $-m = (-1) + (-5) = -6, n = (-1) \times (-5) = 5$   
 $m = 6, n = 5$   
 $\therefore m + n = 11$

24. 이차방정식  $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$  의 두 근의 차가 3 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 큰 근을  $\alpha$  라 하고  $\alpha < 0$  이면  $m = 17$  이다.  
 ② 주어진 식을 만족하는 해의 집합은  $\{8, 5\}$  또는  $\{-5, -8\}$  이다.  
 ③ 주어진 식을 만족하는 모든  $m$  의 값의 합은 9 이다.  
 ④ 작은 근을  $\alpha$  라 하고  $\alpha > 0$  이면  $m < 0$  이다.  
 ⑤ 모든  $m$  의 값의 곱은 0 보다 작다.

해설

두 근을  $\alpha, \alpha - 3$  이라 하면  
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$   
 $\alpha = 8$  또는  $\alpha = -5$   
 따라서 두 근은  $\{8, 5\}$  또는  $\{-5, -8\}$  이다.  
 두 근의 합은  $13 = 4 - m, m = -9$  또는  $-13 = 4 - m, m = 17$   
 따라서 주어진 식을 만족하는 모든  $m$  의 값의 합은 8 이다.

25.  $\frac{13}{5-2\sqrt{3}}$  의 정수 부분을  $m$ , 소수 부분을  $n$  이라 할 때,  $n$  은 다음 집합  $A$  의 한 근이다.  
 이때, 유리수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하여라.

$$A = \left\{ x \mid \frac{m}{4}x^2 + ax - b = 0 \right\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$\frac{13}{5-2\sqrt{3}} = 5+2\sqrt{3} = 8. \times \times \times$  이므로 정수 부분  $m = 8$ , 소수 부분  $n = -3+2\sqrt{3}$   
 $n$  이 한 근이므로  $-3-2\sqrt{3}$  도 한 근이다.  
 두 근의 합은  $-6$ , 두 근의 곱은  $-3$   
 $\frac{m}{4}x^2 + ax - b = 0 \leftrightarrow 2x^2 + ax - b = 0$   
 $a = 12, b = 6$   
 $\therefore ab = 72$