

확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 12$	㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$
㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$	㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 12$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$
 ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \times 2 = 12$
 ㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$
 ㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$
 ㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{12}{2} = 6$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 $2\alpha, 3\alpha$ 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$
 $\therefore \alpha = 2$
 $2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$
 $\therefore k = 24$

4. 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$
 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
 두 근의 합은
 $(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$
 두 근의 곱은
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$
 $= 7 - 5 + 1 = 3$
 $\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$
 $a = -3, b = 3$
 $\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$

5. 이차방정식 $x^2 - (m-1)x + (m^2-7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7
 $m-1 = m^2-7$ 이므로 $m^2-m-6=0$
 $(m-3)(m+2)=0$
 m 이 양수이므로 $m=3$

6. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$
이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

7. 이차방정식 $5x^2 + 4\sqrt{3}x - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $25(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta})$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -74

해설

근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = -\frac{4\sqrt{3}}{5}, \alpha\beta = -2$
 $\therefore 25(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}) = 25(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta})$
 $= 25(\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta})$
 $= -74$

8. 다음 이차방정식의 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 일 때 다른 한 근과 m 의 값의 합은?

$$x^2 - 4x + m = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① $4 + \sqrt{2}$ ② $4 + \sqrt{3}$ ③ $1 + 2\sqrt{2}$
④ $4 - \sqrt{3}$ ⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $m = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$
 $\therefore (2 + \sqrt{2}) + 2 = 4 + \sqrt{2}$

9. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
 $-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore a = -4$

10. 이차방정식 $2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합이 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 근이 될 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.
이를 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 x 값에 대입하면
 $\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + a = 0$, $a = 2$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은? [배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) = 2
 $2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $8 - 6 - k = 0$
 $\therefore k = 2$

12. 이차방정식 $x^2 + 10x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 106

해설

$\alpha + \beta = -10$, $\alpha\beta = -3$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= (-10)^2 - 2 \times (-3) = 106$

13. 이차방정식 $4x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{1}{2}, \alpha\beta = \frac{1}{4} \text{ 이므로} \\ \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = -1 \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2x = \frac{1}{4}$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{9}{2}$ ② $(\alpha - \beta)^2 = 5$
 ③ $-\alpha\beta = \frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{5}{2}$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha + \beta} = -\frac{1}{2}$

해설

$4x^2 + 8x - 1 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{4}$ 이다.

- ① $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{2}$
 ② $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 + 1 = 5$
 ③ $-\alpha\beta = \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{9}{2} \times 16 = 72$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha + \beta} = -\frac{1}{2}$

15. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + b = 0$ 의 두 근의 합이 4, 곱이 6 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{(a - 1)}{2} = 4 \text{ 이므로 } a = -7$$

$$\frac{b}{2} = 6 \text{ 이므로 } b = 12 \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\sqrt{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 5$

$$\alpha - \beta$$

$$= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$$

$$= \sqrt{5^2 - 4 \times 5}$$

$$= \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}$$

17. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) = (3\alpha) \times (3\beta) = 9\alpha\beta = -36$$

18. $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수) [배점 4, 중중]

- ① -2 ② 0 ③ $\frac{4}{3}$ ④ 3 ⑤ 2

해설

두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.

$$\text{두 근의 합 } m+2 = 2k+3k \therefore m = 5k-2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{두 근의 곱 } 2m = 2k \times 3k \therefore 2m = 6k^2 \dots \textcircled{2}$$

①의 식을 ②에 대입하면

$$5k-2 = 3k^2$$

$$3k^2 - 5k + 2 = 0$$

$$(3k-2)(k-1) = 0$$

$$\therefore k = 1$$

따라서, $m = 3$

19. 이차방정식의 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은?
[배점 4, 중중]

① $6x^2 - 5x - 1 = 0$ ② $6x^2 - 5x + 1 = 0$

③ $6x^2 - 5x + 5 = 0$ ④ $6x^2 - 5x + 2 = 0$

⑤ $6x^2 + 5x + 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 6$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

20. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 + px + q = 0$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -5

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$ 에서 두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -3 이다.

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0, p = 1, q = -6$$

$$p + q = 1 - 6 = -5$$

21. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 일 때, 상수 m 의 값들로 이루어진 집합은?

[배점 4, 중중]

- ① $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ② $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$
 ③ $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ④ $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$
 ⑤ $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면
 $\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$
 $\alpha \times 2\alpha = -m + 1$
 $2\alpha^2 = -m + 1$
 $2m^2 + m - 1 = 0$
 $(2m - 1)(m + 1) = 0$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -1$

22. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

[배점 4, 중중]

- ① $6x^2 + 4x - 1 = 0$ ② $3x^2 + 6x + 1 = 0$
 ③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ ④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$
 ⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때,
 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -4$
 $\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$
 $\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$
 $\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$
 양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

23. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해집합이 $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서
 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$
 $-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$
 $\therefore a + b = 1 - 2 = -1$

24. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

[배점 4, 중중]

- ① $x^2 + 7x + 10 = 0$ ② $x^2 - 7x + 10 = 0$
 ③ $x^2 - 3x + 10 = 0$ ④ $x^2 - 3x - 10 = 0$
 ⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.
 두 근의 합은 -3, 두 근의 곱은 -10
 $\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta = 9 + 25 = 34$

26. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + 5\alpha\beta + \beta^2$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

① -10

② -8

③ 8

④ 10

⑤ 38

해설

$\alpha + \beta = \frac{3}{3} = 1, \alpha\beta = -\frac{9}{3} = -3$
 $\alpha^2 + 5\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 + 3\alpha\beta = 1^2 + 3 \times (-3) = -8$

27. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\alpha + \beta = -\frac{-6}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$
 $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$
 $= 4 + 4 = 8$

28. 이차방정식 $x^2 - mx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 4$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\alpha + \beta = m, \alpha\beta = -2$ 이므로
 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = m \times (-2) = 4$
 $\therefore m = -2$

29. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 3 이고, 큰 근은 작은 근의 2 배 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + 3 = 2\alpha, \alpha = 3$
 따라서 두 근은 3, 6 이다.
 근과 계수와의 관계로부터
 $-a = 3 + 6, a = -9$
 $b = 3 \times 6 = 18$
 $\therefore a + b = 9$

30. 다음 두 집합을 만족하는 실수 m, n 에 대해 $m+n$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

$$A = \{x \mid x^2 - mx + n = 0, x \text{는 실수}\} = \{\alpha, \beta\}$$

$$B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{\alpha + \beta, \alpha\beta\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$x^2 - mx + n = 0 \text{ 에서 } \begin{cases} \alpha + \beta = m \\ \alpha\beta = n \end{cases} \dots \textcircled{1}$$

또 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \alpha\beta = 5 \\ (\alpha + \beta)\alpha\beta = 6 \end{cases} \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면 $m + n = 5, mn = 6$

$$m + n = 5$$

31. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 3 = 0$ 의 두 근이다.
 $S_n = \alpha^n - \beta^n$ 이라고 할 때, $S_6 + S_7 + S_8$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 616

해설

α, β 는 $x^2 + x - 3 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 3 = 0, \alpha^2 + \alpha = 3$$

$$\beta^2 + \beta - 3 = 0, \beta^2 + \beta = 3$$

$$S_6 + S_7 + S_8$$

$$= \alpha^6 + \beta^6 + \alpha^7 + \beta^7 + \alpha^8 + \beta^8$$

$$= \alpha^6 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^6 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^6 (1 + 3) + \beta^6 (1 + 3)$$

$$= 4 (\alpha^6 + \beta^6)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -3 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-3) = 7$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 7^2 - 2 \times (-3)^2$$

$$= 49 - 18 = 31$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^4 + \beta^4) = \alpha^6 + \beta^6 + \alpha^2 + \beta^2(\alpha^2 + \beta^2)$$

이므로

$$7 \times 31 = \alpha^6 + \beta^6 = 154$$

$$6 + S_7 + S_8 = 4 \times 154 = 616$$

32. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때, 유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$
 두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6$, $a = \frac{1}{6}$
 두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4$, $b = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{b}{a} = 4$

33. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$
 근과 계수와의 관계에서
 $-\frac{b}{a} = (\sqrt{5} + 2) + (-\sqrt{5} + 2) = 4$, $\frac{5}{a} = (\sqrt{5} + 2)(-\sqrt{5} + 2) = -1$
 $\therefore a = -5$
 $\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$
 $\therefore a + b = -5 + 20 = 15$

34. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라. (단, $abc \neq 0$)
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{q}{p}$

▷ 정답 : $x = \frac{p}{q}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $p + q = -\frac{b}{a}$, $pq = \frac{c}{a}$
 $\therefore b = -a(p + q)$, $c = apq$
 $acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0$ 에서
 $b^2 - 2ac = a^2(p + q)^2 - 2a^2pq = a^2p^2 + a^2q^2$
 이므로
 $acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = a^2pqx^2 - a^2(p^2 + q^2)x + a^2pq = 0$
 양변을 a^2 으로 나누면
 $pqx^2 - (p^2 + q^2)x + pq = 0$
 $(px - q)(qx - p) = 0$
 따라서 $x = \frac{q}{p}$ 또는 $x = \frac{p}{q}$ 이다.

35. 이차방정식 $x^2 + (p-3)x + 12 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $\frac{|a|}{|b|} = 3$ 이 되는 p 의 값을 모두 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 11

해설

주어진 이차방정식에서 (두 근의 곱) $= 12 > 0$ 이므로 두 근의 서로 같은 부호이다.

두 근을 $\alpha, 3\alpha$ 라 하면

$$\alpha \times 3\alpha = 12 \quad \therefore \alpha = \pm 2$$

$$\alpha + 3\alpha = -(p-3) \text{ 에서 } p = 3 - 4\alpha$$

이때 $\alpha = 2$ 이면 $p = -5$, $\alpha = -2$ 이면 $p = 11$ 이다.

따라서 $p = -5$ 또는 $p = 11$ 이다.