

확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

2. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 가 되었다. $A - B$ 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$
 $\therefore A = 1, B = 7 \quad \therefore A - B = -6$

3. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?
[배점 3, 하상]

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

4. 이차방정식 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

① 8

② 9

③ 13

④ 15

⑤ 18

해설

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $A = -5, B = 13$
 $\therefore A + B = 8$

5. 집합 $A = \{x | x^2 + 3x - 18 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 0.2x - 0.5 = 0\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① $\left\{ \frac{-3 + \sqrt{19}}{6}, \frac{-3 - \sqrt{19}}{6}, \frac{-1 + \sqrt{15}}{10}, \frac{-1 - \sqrt{15}}{10} \right\}$
 ② $\left\{ 3, -6, \frac{-1 - \sqrt{51}}{10}, \frac{-1 + \sqrt{51}}{10} \right\}$
 ③ $\left\{ 3, -6, -\frac{1}{2}, \frac{3}{10} \right\}$
 ④ $\left\{ -3, 6, -\frac{1}{2}, \frac{3}{10} \right\}$
 ⑤ $\left\{ -3, -6, \frac{-1 + \sqrt{51}}{10}, \frac{-1 - \sqrt{51}}{10} \right\}$

해설

$$A = \{3, -6\}$$

$$B = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{51}}{10}, \frac{-1 - \sqrt{51}}{10} \right\}$$

$$A \cup B = \left\{ 3, -6, \frac{-1 + \sqrt{51}}{10}, \frac{-1 - \sqrt{51}}{10} \right\}$$

6. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$
 ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$ ④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$
 ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

7. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, □안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

[배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

8. 집합 $A = \{x | x^2 + 3x + 1 - k = 0\}$ 에 대하여 $n(A) = 2$ 가 되는 k 의 값의 개수는?

$$-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4$$

[배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$

9. $kx^2 - 4x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 - 3x - (2k+1) = 0$ 의 근의 합은?
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② -2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 4k = 0$$

$$k = 4$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$(2x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

10. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?
[배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 3x - 2 = 0$ ② $3x^2 + 2x + 10 = 0$
③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$ ④ $x^2 + 2x - 4 = 0$
⑤ $(x-2)^2 = 3$

해설

$$\textcircled{2} \quad \frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$$

$\therefore$ 근이 없다

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 - a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 2$

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0 \quad \therefore a = 2$$

12. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$$\therefore A = 2, B = 22$$

$$\therefore A + B = 24$$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① -14 ② 14 ③ 20
④ -20 ⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

14. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

15. 다음 중 $3x^2 - 4x = 2x + m$ 이 근을 갖지 않기 위한 m 의 값은?
[배점 3, 중하]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$3x^2 - 4x = 2x + m$$

$$3x^2 - 6x - m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 3m < 0$$

$$\therefore m < -3$$

이를 만족하는 보기의 값은 -4이다.

16. 이차방정식 $\frac{1}{2}x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$5x^2 + 4x - 2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10} =$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = -2, b = 14$ 이므로 $a + b = 12$ 이다.

17. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{4} =$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}$$

따라서 $A = -2, B = 6$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1 \therefore n = 0$

19. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1 \therefore n = 0$

20. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x + 3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A + B$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -20

② -16

③ 16

④ 20

⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
 $\therefore A = 3, B = 17$
 $\therefore A + B = 20$

21. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는? [배점 4, 중중]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$
 $\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$
 따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

22. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $2 + \sqrt{7}$ ② $2 \pm \sqrt{7}$ ③ $2 - \sqrt{7}$
 ④ $-2 + \sqrt{7}$ ⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식(작수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

 따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$

23. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

- ㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$
 ㉡ $4x^2 + 1 = 0$
 ㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$
 ㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$
 ㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠, ㉣

해설

- ㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.
 ㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.
 ㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.
 ㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.
 ㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

24. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m+6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{3}$

해설

$x^2 + 8x - 2x - m = 0$
 $x^2 + 6x - m = 0$ 가 중근을 가질 때,
 $m = -9$ 이다.
 $-3x^2 + 14x - 15 = 0$
 $3x^2 - 14x + 15 = 0$ 에서
 근과 계수와의 관계에서 두 근의 곱은 $\frac{15}{3}$ 이다.

25. $A = \{x \mid x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0\}$ 에 대하여 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$n(A) = 1$ 이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.
 따라서 $D = (4k)^2 - 4(k+3) = 0$, $4k^2 - k - 3 = 0$
 $(4k + 3)(k - 1) = 0$
 $k > 0$ 이므로 $k = 1$ 이다.

26. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1
④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$\begin{aligned} -x + 0.4(x^2 + 1) &= -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3), \\ -x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) &= -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3) \\ \text{양변에 15를 곱하여 정리하면} \\ -15x + 6(x^2 + 1) &= -5(x-1)(2x+3) \\ 16x^2 - 10x - 9 &= 0 \\ \text{근의 공식을 이용하여 근을 구하면} \\ x &= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16} \\ \therefore x &= \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2} \\ \alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha &= -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8} \\ \therefore \alpha - \beta &= -\frac{13}{8} \end{aligned}$$

27. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1, [\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서} \\ x &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11} \\ \text{따라서 양수인 근 } a &\text{는 } 2 + \sqrt{11} \\ 3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6 \\ \therefore [a] &= 5 \\ \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 = (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

28. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1, [\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서} \\ x &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11} \\ \text{따라서 양수인 근 } a &\text{는 } 2 + \sqrt{11} \\ 3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6 \\ \therefore [a] &= 5 \\ \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 = (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

29. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} p &= \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5} \\ \left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| &= \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n \\ \text{따라서 최소의 양의 정수 } n &\text{은 } 3 \end{aligned}$$

30. 이차방정식 $\{1 + (a+b)^2\}x^2 - 2(1-a-b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?
[배점 5, 중상]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$
 $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$
 $\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$
 a, b 는 실수이므로 $a+b+1 = 0$
 $\therefore a+b+2 = 1$

31. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 개수를 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
 ② 중근을 갖는다.
 ③ 근이 존재하지 않는다.
 ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
 ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$
 에 $b=-a-c$ 를 대입하면 $D=(-a-c)^2-4ac$
 $=a^2-2ac+c^2=(a-c)^2 \geq 0$
 $a \neq c, a-c \neq 0$ 이므로 $(a-c)^2 > 0$ 이다. 따라서
 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 은 서로 다른 두 개의
 실근을 가진다.

32. 이차방정식 $x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2+4x-1=0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)
[배점 5, 중상]

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ② 중근을 갖는다.
 ③ 근이 없다.
 ④ k 의 값에 따라 달라진다.
 ⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로
 (판별식) > 0 이다.
 $D=2^2-4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$
 $\therefore k > -1$
 방정식 $kx^2+4x-1=0$ 에서
 $D=4^2-4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0$ ($\because k > -1$)
 따라서 방정식 $kx^2+4x-1=0$ 은 서로 다른 두
 실근을 갖는다.

33. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때, 이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 = 8m$$

$$(k-2)^2 = 8m \text{ 이므로}$$

$$(m, k) = (2, 6) \text{ 이다.}$$

$$\text{확률은 } \frac{1}{36} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a+b = 37$$

34. 정수 m, n 에 대하여 이차방정식 $(m+1)x^2 + 2x + n+3 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (m+1)(n+3) = 0$$

$$mn + m + n + 2 = 0$$

$$(m+1)(n+1) = -1$$

$$(m+1, n+1) = (1, -1), (-1, 1)$$

$$m = 0, -2$$

따라서 m 의 최댓값은 0 이다.

35. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3x^2 - 3x - 5 = 0 \text{ 를 풀면}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

$$\text{따라서 } p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$