

문항수부족

1. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

[배점 2, 하중]

- ① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$
 ② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$
 ③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$
 ④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)
 ⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$\begin{aligned} 16x^2 - 24x + 9 &= 0 \\ (4x - 3)^2 &= 0 \\ x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

2. 다음 이차방정식 $x^2 - 3x - 18 = 0$ 의 해를 모두 구하면? (정답 2 개)

[배점 2, 하중]

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 18 &= 0 \\ (x - 6)(x + 3) &= 0 \\ \therefore x &= 6 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 &= 0 \\ 2a - 3 &= 0, a = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $2(x - 2)(x + 3) = (x + 5)^2 - 4$ 의 두 근의 합을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① -8 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} 2(x - 2)(x + 3) &= (x + 5)^2 - 4 \\ 2(x^2 + x - 6) &= x^2 + 10x + 25 - 4 \\ x^2 - 8x - 33 &= 0, (x - 11)(x + 3) = 0 \\ x &= 11 \text{ 또는 } x = -3 \\ \therefore (\text{구하는 값}) &= 11 + (-3) = 8 \end{aligned}$$

5. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

6. 두 집합 $A = \{x \mid x+5=0\}$, $B = \{x \mid 3x-1=0\}$ 에 대하여 집합 $\{x \mid (3x-1)(x+5)=0\}$ 을 옳게 표현한 것은? [배점 3, 하상]

① $\emptyset$ ② $A \cup B$ ③ $A \cap B$

④ $A - B$ ⑤ $B - A$

해설

$$(x+5)=0 \text{ 또는 } (3x-1)=0$$

$$A \cup B$$

7. $\{x \mid x^2 - ax - 12 = 0\} = \{-3, b\}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $a = 1, b = 3$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = -1, b = -4$

⑤ $a = 1, b = -4$

해설

$$x = -3 \text{ 을 대입하면 } (-3)^2 - a(-3) - 12 = 0$$

$$3a = 12 - 9 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0$$

$$\therefore b = 4$$

8. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x+5)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -15 ② -8 ③ 1
④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면
 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은? [배점 3, 중하]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$x^2 - x - 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$
 두 근의 합은 1 이다.
 $3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$
 $3x^2 - 5x + 2 = 0$, $(x - 1)(3x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

11. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0$, $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$2x^2 - 7x - 4 = 0$
 $(2x + 1)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$
 $2x^2 - 5x - 12 = 0$
 $(2x + 3)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 4$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 - 3x - 10 = 0$ 에서 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $(x + 2) = 0$ 또는 $(x - 5) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 5$
 따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로
 $5^2 - 5a + 40 = 0$
 $\therefore a = 13$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$x^2 - 3x - 10 = 0$ 에서 $(x+2)(x-5) = 0$
 $(x+2) = 0$ 또는 $(x-5) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 5$
 따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로
 $5^2 - 5a + 40 = 0$
 $\therefore a = 13$

14. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 1$

▶ 정답 : $x = 4$

해설

$x(x-5) + 4 = 0$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x-1)(x-4) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

15. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$(x-4)^2 = 2x-5$
 $x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$
 $x^2 - 10x + 21 = 0$
 $(x-7)(x-3) = 0$
 에서 두 근은 $x = 7$ 또는 $x = 3$ 이고, $a > b$ 이므로
 $a = 7, b = 3$ 이다.
 $\therefore (2a-b)^2 - (a+b)^2 = (2a-b+a+b)(2a-b-a-b)$
 $= 3a(a-2b) = 3 \times 7 \times (7-6) = 21$

16. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은? [배점 3, 중하]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x^2 - 2x - 12 = 2(x-3)(x+2) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -2$
 $3x^2 - 11x + 6 = (3x-2)(x-3) = 0$
 $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$

17. 이차방정식 $x^2 + (a-1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입 하면

$$12^2 + (a-1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0 \quad \therefore a = -12$$

18. $\{x | ax^2 + (4a+2)x - a - 2 = 0\} = \{-5, b\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$x = -5$ 일 때

$$a \times (-5)^2 + (4a+2) \times (-5) - a - 2 = 0$$

$$25a - 20a - 10 - a - 2 = 0$$

$$4a = 12, a = 3$$

$$3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 0$$

$$(x+5)(3x-1) = 0$$

$$x = -5, x = \frac{1}{3} = b$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}$, $B = \{a-2, a-1, a, a+1, a+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값은 ? [배점 4, 중중]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$a^2 - 6a + 11 = 3, a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(a-4)(a-2) = 0, a = 4 \text{ 또는 } a = 2$$

$a = 4$ 일 때

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow A \cap B = \{2, 3\}$$

$a = 2$ 일 때

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \rightarrow A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

그러므로 $a = 4$ 이다.

20. 두 집합 $A = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + a = 0\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-2, 3, 4\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $\{3\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{-2\}$
④ $\{-3\}$ ⑤ $\{5\}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0 \text{ 을 인수분해하면 } (x-3)(x+2) = 0$$

$$x = 3, -2 \text{ 이므로 } A = \{-2, 3\}$$

$$A \cup B = \{-2, 3, 4\} \text{ 이므로 } 4 \text{ 는 } B \text{ 의 원소이다.}$$

즉, $x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a = 0 \quad \therefore a = -8$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 을 인수분해하면 } (x-4)(x+2) = 0$$

$$x = 4, -2 \text{ 이므로 } B = \{-2, 4\}$$

$$\therefore A \cap B = \{-2\}$$

21. 이차방정식 $(x+1)(x-2) = -2x+4$ 의 두 근 a, b ($a > b$) 에 대하여 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근은?

[배점 4, 중중]

- ① $x = -3$ 또는 $x = 1$
 ② $x = 3$ 또는 $x = -1$
 ③ $x = 2$ 또는 $x = -3$
 ④ $x = 3$ 또는 $x = -3$
 ⑤ $x = -3$ 또는 $x = -1$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$
 두 근이 a, b ($a > b$) 이므로 $a = 2, b = -3$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$

22. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(2x-3)^2 = (2x+1)(x-9) + 25$$

[배점 4, 중중]

- ① $x = -1$ 또는 $x = 7$
 ② $x = -1$ 또는 $x = -7$
 ③ $x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{2}$
 ④ $x = 1$ 또는 $x = -\frac{7}{2}$
 ⑤ $x = 3$ 또는 $x = 5$

해설

전개해서 정리하면 $2x^2 + 5x - 7 = 0$
 $(2x+7)(x-1) = 0$
 $x = -\frac{7}{2}, 1$

23. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $(\alpha + \frac{1}{\alpha})^2$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로
 $\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면
 $\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$
 $\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$
 $\therefore (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 = 5$

24. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② -2 ③ 2
 ④ 10 ⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$
 $x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$
 두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$
 $\therefore a - b = -10$

25. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

26. 집합 $A = \{x \mid 3x^2 - 6x + k + 2 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

27. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B = 3A^2 - A + B^2 - 3B = -2 + 6 = 4$$

28. [배점 5, 중상]

해설

29. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

▷ 정답: $y = \frac{1}{2}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

따라서 $x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$ 이다.

30. 두 집합 $A = \{x \mid 2x^2 + 2x - 12 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax - a - 6 = 0\}$ 에 대하여
 $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
 [배점 5, 중상]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A : 2(x-2)(x+3) = 0, x = 2, -3$
 $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$ 이므로, 집합 B 는 -4 를
 원소로 갖는다.
 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4
 이므로
 $(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$
 $16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0 \therefore a = 2$

31. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의
 값은?
 [배점 5, 중상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

32. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이
 보이지 않는 상자에 $0 \sim 9$ 까지의 숫자가 적힌 공을
 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로
 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이
 1개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라.
 (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자
 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이
 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$
 이를 만족하는 (a, b) 를 구하면
 $(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지
 이고 모든 경우의 수는 100가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.
 $\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.

33.

[배점 5, 중상]

해설

34. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

35. 집합 $\{x \mid 3x^2 + 5x - 2 = 0\}$ 과 같은 집합 $\{x \mid ax + b = 0\} \cup \{x \mid cx + d = 0\}$ 라고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore a + b + c + d = 3 - 1 + 1 + 2 = 5$$