

확인학습문제

1. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

[배점 2, 하중]

- ① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13
 ④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 11 \overline{) 33 \quad 121} \\ \underline{3 \quad 11} \end{array}$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \\ 13 \overline{) 39 \quad 65} \\ \underline{3 \quad 5} \end{array}$$

따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

2. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 3

▶ 정답: 5

▶ 정답: 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2, 8 과 4 의 최대공약수는 4, 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2, 4, 6 은 8 과 서로소가 아니다.

따라서 8 과 서로소인 수는 3, 5, 7 이다.

3. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24 의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

$$\begin{aligned} (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
 ② 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
 ③ 9 와 18 의 최대공약수는 9 이다.
 ④ 9 와 18 의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9 의 약수와 같다.
 ⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 2 개이다.

해설

⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 최대공약수 9 의 약수와 개수와 같으므로 3 개이다.

5. 어떤 자연수를 5로 나누면 2가 남고, 6으로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

구하는 수는 5, 6으로 나눌 때 3이 부족한 수이므로

(5와 6의 공배수)-3인 수이다.

5, 6의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 $30 - 3 = 27$ 이다.

6. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42일 때, x 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$ ④ $2^3 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

8. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 5$

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$\therefore 2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수: $2^2 \times 5$

9. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 17일 때, 다음 중 A , B 의 공배수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① 17 ② 34 ③ 51 ④ 62 ⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

10. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$

11. 다음 보기의 수들의 최대공약수를 차례대로 올바르게 구한 것은?

보기

㉠ 32, 120, 144

㉡ 18, 126, 150

㉢ 24, 60, 168

[배점 3, 중하]

① 4, 6, 8

② 6, 12, 24

③ 8, 6, 12

④ 8, 12, 24

⑤ 12, 6, 12

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32 \ 120 \ 144} \\ 2 \overline{) 16 \ 60 \ 72} \\ 2 \overline{) 8 \ 30 \ 36} \\ \quad 4 \ 15 \ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 126 \ 150} \\ 3 \overline{) 9 \ 63 \ 75} \\ \quad 3 \ 21 \ 25 \end{array}$$

최대공약수 : 8

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

최대공약수 : 6

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 60 \ 168} \\ 2 \overline{) 12 \ 30 \ 84} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 42} \\ \quad 2 \ 5 \ 14 \end{array}$$

따라서 차례대로 쓴 것은 8, 6, 12 이다.

12. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \frac{A}{a} \frac{27}{3}} \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$$

$$a = 108 \div 27 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 9 = 36$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 27 = 9 \times 108$$

$$\therefore A = 9 \times 108 \div 27 = 36$$

13. 세 자연수 45, A , 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수 인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는

15, 30, 60, 75 이다.

이 중 가장 큰 수는 75 이다.

14. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

최대공약수에서 2 의 지수가 1 이므로 $b = 1$ 이다.
한 편, 최소공배수에서 3 의 지수가 3 이므로 $a = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

15. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

[배점 3, 중하]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.

따라서 3 개이다.

16. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.

100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

17. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개 이다.

18. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2, 3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a + b - c$ 의 값으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,

$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,

$11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.

따라서 $a + b - c = 4$ 이다.

19. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

[배점 4, 중중]

- ① 16 ② 72 ③ 176
④ 184 ⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 7 \times a$ 라 하면 세 수의 최소공배수는

$2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7$ 이다.

$a = 2^4 = 16$ 이므로 세 수는 32, 48, 112 이다.

$\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$

20. 두 자연수의 곱이 1920 이고, 최대공약수가 16 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1920 = L \times 16$ 이다.
 $\therefore L = 120$

21. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은 [배점 4, 중중]

① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ ② $\{4, 16, 64, \dots\}$

③ $\{16, 32, 48\}$ ④ $\{4, 8, 16, 32, \dots\}$

⑤ $\{16, 32, 48, 64, \dots\}$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16 의 배수로 이루어진 집합이다.

22. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

[배점 4, 중중]

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로
 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } () \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{1, 2, 4\}$ 일 때,
 () 안에 들어갈 수 있는 70 보다 작은 자연수를 모두
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 20

▷ 정답: 28

▷ 정답: 44

▷ 정답: 52

▷ 정답: 68

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $B = \{1, 2, 4, \dots\}$
 () 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4 의
 배수 중 3, 6, 8, 12, 24 의 배수를 제외한 수이다.
 $\therefore 4, 20, 28, 44, 52, 68$

24. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 87 ② 99 ③ 175
④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$

25. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 모든 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 중 a, b 가 서로소인 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cap B = \{1\}$
③ $A \cap B = \{a, b\}$ ④ $A \cap B = \{0\}$
⑤ $A \cap B = \{\emptyset\}$

해설

$A \cap B$ 는 a, b 의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.
한편, a, b 가 서로소일 때, 두 수의 최대공약수는 1이다.
 $\therefore A \cap B = \{1\}$