

확인학습문제

1. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.
 예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.
 하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.
 예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.
 신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

2. 천희는 45 를 소인수분해하면 5×9 가 된다고 하였다. 이에 대하여 천희의 친구들이 다음과 같이 말을 하였다면, 안에 수로는 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

재석 : 45 를 소인수분해하면 5×9 이구나.
 예진 : 좀 이상한 것 같아. 소인수분해는 소인수로만 이루어져야 하는데 9 는 소인수가 아닌데.
 종국 : 예진이 말이 맞아. 9 는 3 으로 더 나눌 수 있잖아.
 수로 : 알았다! 45 를 소인수분해하면 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3^2 \times 5$

해설

$$45 = 9 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

3. 300 을 가능한 한 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 a 는 3, 3×2^2 , 3×5^2 , $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 a 는 3 이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$$\therefore a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

4. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \overline{)360}$$

$$2 \overline{)180}$$

$$2 \overline{)90}$$

$$3 \overline{)45}$$

$$3 \overline{)15}$$

$$5$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

5. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, 2 + 3 + 5 = 10$$

6. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것은? [배점 3, 하상]

① 4 ② 8 ③ 27
④ 32 ⑤ 125

해설

$$12 = (2 + 1) \times (3 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = a^3 \text{ (} a \text{ 는 소수),}$$

$$a \neq 2 \text{ 이므로 가장 작은 소수는 } 3,$$

$$\therefore \square = 3^3 = 27$$

7. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

① 5개 ② 6개 ③ 7개
④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

8. $3^a = 81, 5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8

해설

$$3^4 = 81, 5^4 = 625 \text{ 이므로 } a + b = 4 + 4 = 8 \text{ 이다.}$$

9. $2^a = 8, 7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 0

해설

$$2^3 = 8, 7^3 = 343 \text{ 이므로 } b - a = 0 \text{ 이다.}$$

10. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수:
 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수:
 $(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$ (개)
 $\therefore a = 2$

11. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① 8, 3^3 ② 21, 5×7
 ③ 45, $2^2 \times 3$ ④ 100, 2^{10}
 ⑤ 72, $3 \times 5 \times 7^2$

해설

① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1=4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3+1=4$ (개)이다.
 ② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)이다.
 ③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.
 ④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10+1=11$ (개)이다.
 ⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

12. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12개일 때, 자연수 a 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (a+1) = 12$ (개)
 즉, $3 \times (a+1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

13. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 200 ② 2×5^3
 ③ $3^2 \times 7^2$ ④ 150
 ⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 ② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)
 ③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)
 ④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 ⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

14. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다.
암호 숫자를 구하여라.

To. 인진
인진아, 아래 숫자판에서 소수가 적힌 칸을
모두 색칠하면 암호 숫자가 나타난대, 한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는
2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98
은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소
수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

15. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게
하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여
라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤
자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장
작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

16. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times$
 $R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 10 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$
이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$
이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

17. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$\therefore 8 \times 6 = 48$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

18. $3^a \times 5^b$ 이 225를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1
④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

19. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18일 때 $\square$ 안에 들어갈 수는? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (\square+1) \times (1+1) = 18$ (개)

$\therefore \square = 2$

20. 다음 <보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $52 = 13 \times 5$
㉡ $20 = 2^2 \times 5$
㉢ $80 = 2^4 \times 5$
㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $52 = 2^2 \times 13$

㉤ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

21. 자연수 160 에 n 을 곱하면 자연수의 제곱이 된다고 한다. 이 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라. (단, n 은 50 미만의 자연수이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$160 \times n = 2^5 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 50 미만의 수는
 $2 \times 5 = 10$
 $2 \times 5 \times 2^2 = 40$
 $\therefore 10, 40$
 $\therefore 10 + 40 = 50$

22. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$
② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$
④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$
⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

23. 다음 보기 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ 소수는 약수의 개수가 2개뿐이다.
㉡ 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.
㉢ 2는 모든 짝수의 약수이다.
㉣ 102와 187은 서로소이다.
㉤ 소수에는 짝수가 없다.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2개

해설

- ㉣ 102와 187의 최대공약수가 17이므로 서로소가 아니다.
㉤ 소수에는 짝수인 2가 있다.

24. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

132를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다.
한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132를 약수로 가지므로 a 는 2보다 크거나 같고, b 는 1보다 크거나 같다.
또한 c 도 1보다 크거나 같다.
따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 2, 1, 1이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

25. 자연수 $\frac{540}{n}$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 15, 60, 135, 540 ② 5, 60, 180, 540
③ 5, 45, 180, 270 ④ 3, 15, 90, 270
⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$,
 $\frac{540}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수 n
은
 $n = 3 \times 5$, $n = 2^2 \times 3 \times 5$, $3^3 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5$
이다.