

확인학습문제

1. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \quad (\text{개})$$

[배점 2, 하중]

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8
④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

2. 40 을 소인수분해하면? [배점 2, 하중]

- ① 1×40 ② 2×20 ③ $2^2 \times 10$
④ $2^3 \times 5$ ⑤ 8×5

해설

소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

3. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 144 ② 60 ③ 72
④ 160 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^2 \times 3 \times 5$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 5$
⑤ 2×7^2

4. 다음 중 420 의 소인수가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5, 7\}$

5. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

6. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로

약수의 개수가 5 인 경우는

지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.

따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는

소인수가 가장 작아야하므로

소인수는 가장 작은 소수인 2 이고

따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는

$$2^4 = 16 \text{ 이다.}$$

7. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

[배점 3, 하상]

① $26 = 2 \times 13$

② $36 = 2^3 \times 3^2$

③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

8. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 7$

② $2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

9. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

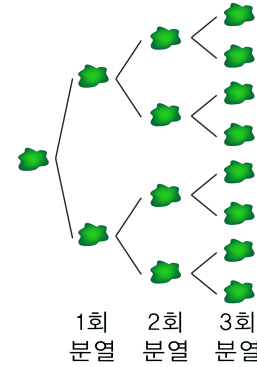
$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

10. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

① 4 회

② 5 회

③ 6 회

④ 7 회

⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다.

아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

11. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

이므로 $b = 2$ 이다.

$\therefore a+b = 3+2 = 5$ 이다.

12. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

[배점 3, 중하]

① 5^8

② $2^2 \times 3^5$

③ $5^2 \times 11 \times 19$

④ $3^5 \times 5^2$

⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개) 이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $8+1 = 9$ (개)

② $(2+1) \times (5+1) = 18$ (개)

③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)

④ $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

⑤ $(1+1) \times (1+1) \times (3+1) = 16$ (개)

13. 다음 중 옳은 것을 고르면?

[배점 3, 중하]

① 1 은 소수이다.

② 모든 소수는 홀수이다.

③ 두 소수의 곱은 합성수이다.

④ 20 이하의 소수는 9 개이다.

⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.

② 2 는 소수이지만 짝수이다.

④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.

⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 ($1, a, a^2$) 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

14. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

15. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $5^2 = 25$

㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢ $2^4 = 4^3$

㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

17. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

18. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 2×5
③ 2×7 ④ $2^2 \times 5^2$
⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

19. 72 의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
 $(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore x = 3$

20. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

21. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $2^4 \times 3^2$ ② $2 \times 5 \times 7$
③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

22. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

23. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에서 집합 A 의 원소가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 17 ⑤ 18

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이므로 A 의 원소가 아닌 것은 18 이다.

24. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $2^4 = 8$
 ㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$
 ㉢ $3^2 = 2^3$
 ㉣ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$
 ㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $2^4 = 16$
 ㉢ $3^2 \neq 2^3$
 ㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

25. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^2$
 ② $6 \times 6 = 2^6$
 ③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$
 ④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$
 ⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
 ② $6 \times 6 = 6^2$
 ③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$
 ④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

26. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 의 약수의 개수가 16개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7
 이외의 소수이다. 따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
 두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

27. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$, $162 = 2 \times 3^4$ 에서
 $n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
 $n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$
 $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$
 $20 \div 10 \times n(x) = 20$
 $\therefore n(x) = 10$
 $10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1)$ 이므로
 가장 작은 $x = 2^4 \times 3 = 48$
 $\therefore 48$

28. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수가 36개 일 때, $x + y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} (x+1) \times (1+1) \times (y+1) &= 36 \\ (x+1) \times (y+1) &= 18 \\ 18 &= 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로} \\ x+1 &= 2, y+1 = 9 \text{ 또는 } x+1 = 9, y+1 = 2 \\ \text{일 때,} \\ x &= 1, y = 8 \text{ 또는 } x = 8, y = 1 \\ \text{그러므로 } x+y &= 9 \\ x+1 &= 3, y+1 = 6 \text{ 또는 } x+1 = 6, y+1 = 3 \\ \text{일 때,} \\ x &= 2, y = 5 \text{ 또는 } x = 5, y = 2 \\ \text{그러므로 } x+y &= 7 \end{aligned}$$

29. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ a &= 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ b &= 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ \therefore a+b &= 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

30. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 5, 중상]

① 12, 30 ② 13, 39 ③ 6, 15
④ 6, 12 ⑤ 12, 15

해설

- ① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
③ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
④ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

31. 54의 약수의 개수가 a , 108의 약수의 개수가 b 일 때 $a + b$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

$$\begin{aligned} 54 &= 2 \times 3^3 \text{ 이므로 약수의 개수는} \\ (1+1) \times (3+1) &= 8, a = 8 \\ 108 &= 2^2 \times 3^3 \text{ 이므로 약수의 개수는} \\ (2+1) \times (3+1) &= 12, b = 12 \\ \therefore a+b &= 20 \end{aligned}$$

32. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 소인수}\}$ 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 156 \text{의 소인수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
 $A = \{5\}$, $B = \{2, 3, 13\}$
 $\therefore n(A) + n(B) = 1 + 3 = 4$

33. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 468 \text{의 소인수}\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ 이므로 $A = \{2, 3, 13\}$
 따라서, 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)
 이다.

34. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?
 [배점 5, 상하]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
 약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의
 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

35. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리
 의 수를 만들 때, 9 의 배수 중 가장 큰 수를 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 765

해설

9 의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 9 의
 배수이다.
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세
 자리의 수 중에서,
 7 로 시작하면서 각 자리의 수를 모두 더하면 9 의
 배수가 되는 수는 765 이다.
 $\therefore 9$ 의 배수 중 가장 큰 수=765